УДК 834

МОДИФИЦИРОВАННАЯ ГРАВИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ С ГИБРИДНЫМ ЗАКОНОМ РАСШИРЕНИЯ

Нұржау Нұрзия Бақытқызы
nurziya.nurzhau@mail.ru
Магистрант 1-курса кафедры Общая и теоретическая физика,
ЕНУ им. Л. Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
Научный руководитель – О. В. Разина

Действие для исследуемой модели выглядит следующим образом

$$S = \frac{1}{16\pi G}\int d^4x\sqrt{-g}\left[f(R) - F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + 2K(X,\phi)\right], \tag{1}$$

где g-метрический тензор, R-скалярная кривизна, $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$-член поля Максвелла, K-лагранжиан k-эссенции[1-3].

Исследуем нашу модель при помощи метрики Фридмана-Робертсона-Уокера, которая является общим видом метрики плоского, однородного и изотропного пространства.

$$dS = -dt + a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2).$$

Для этой метрики скалярная кривизна вычисленная с помощью мптрического тензора и символов Кристоффеля равна

$$R = 6\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2}\right).$$

Тензор напряженности электромагнитного поля имеет вид

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu.$$

Мы выбрали пространственно-подобное векторное поле, в виде

$$A_\mu = \big(0, A_1(t), A_2(t), A_3(t)\big).$$

Найдем член поля Максвелла. Для этого сначала вычислим его отдельные компоненты с помощью тензора напряженности

$$F_{01}F^{01} = (F_{01})^2 g^{00}g^{11} = -(\dot{A}_1)^2a^{-2} = F_{10}F^{10},$$

$$F_{02}F^{02} = (F_{02})^2 g^{00}g^{22} = -(\dot{A}_2)^2a^{-2} = F_{20}F^{20},$$

$$F_{03}F^{03} = (F_{03})^2 g^{00}g^{33} = -(\dot{A}_3)^2a^{-2} = F_{30}F^{30}.$$

Суммируя по компонентам, получим

$$F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} = -2a^{-2}\left[(\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2\right].$$

Перепишем действие (1), преобразовав его с помощью метода множителей Лагранжа и введя полученные значения

$$S = \frac{1}{8\pi G}\int d^4x\left[\frac{a^3}{2}f - \lambda\big(Ra^3 - 6(\ddot{a}a^2 + \dot{a}^2 a)\big) + a\big((\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2\big) + a^3 K\right] \quad (3)$$

где λ – множитель Лагранжа.

Для того чтобы найти λ, воспользуемся уравнение Эйлера-Лагранжа относительно скалярной кривизны R. Тогда лагранжиан (2) будет выглядеть следующим образом

$$L = \frac{a^3}{2}f - \frac{a^3}{2}Rf_R - 3\dot{a}a^2 f_{RR}\dot{R} - 3\dot{a}^2 a f_R + a\big((\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2\big) + a^3 K.$$

Для получения уравнений движения воспользуемся уравнением Эйлера-Лагранжа

$$L_q - (L_{\dot{q}})_t = 0$$

и условием нулевой энергии

$$L_{\dot{q}_i}\dot{q}_i - L = 0.$$

Система уравнений движения имеет следующий вид

$$3H^2 = \rho, \quad (4)$$

$$3H^2 + 2\dot{H} = -p, \quad (5)$$

$$K_X\ddot{\varphi} + (\dot{K}_X + 3HK_X)\varphi - K_\varphi = 0, \quad (6)$$

$$\ddot{A}_1 + H\dot{A}_1 = 0, \quad (7)$$

$$\ddot{A}_2 + H\dot{A}_2 = 0, \quad (8)$$

$$\ddot{A}_3 + H\dot{A}_3 = 0, \quad (9)$$

где

$$\rho = \frac{1}{f_R}\left[-3H\dot{R}f_{RR} + \frac{1}{2}Rf_R - \frac{1}{2}f + \frac{1}{a^2}\big((\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2\big) + 2K_X X - K\right], \quad (10)$$

$$p = \frac{1}{f_R}\left[f_{RRR}\dot{R}^2 + (2H\dot{R} + \ddot{R})f_{RR} - \frac{1}{2}Rf_R + \frac{1}{2}f + \frac{(\dot{A}_1)^2 + (\dot{A}_2)^2 + (\dot{A}_3)^2}{3a^2} + K\right]. \quad (11)$$

являются плотностью темной энергии и давление, соответственно.

Рассмотрим случай, когда

$$f(R) = R + \alpha R^2, \quad (12)$$

где α некоторая константа.

Выберем вид лагранжиана k-эссенции в виде

$$K = X - V, \quad (13)$$

а также компоненты потенциала векторного поля зададим в виде

$$A_1 = A_2 = A_3 = \varphi. \tag{14}$$

Перепишем систему уравнений движения (4)-(11) с учетом (12), (13) и (14)

$$3H^2 = \rho, \tag{15}$$

$$3H^2 + 2\dot{H} = -p, \tag{16}$$

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + V_\varphi = 0, \tag{17}$$

$$3\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} = 0. \tag{18}$$

Тогда плотность темной энергии и давление будут иметь вид

$$\rho = \frac{1}{1+2\alpha R}\left[-6\alpha H\dot{R} + \frac{1}{2}\alpha R^2 + \frac{3\dot{\varphi}^2}{a^2} + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V\right], \tag{19}$$

$$p = \frac{1}{1+2\alpha R}\left[2\alpha(2H\dot{R} + \ddot{R}) - \frac{1}{2}\alpha R^2 + \frac{\dot{\varphi}^2}{a^2} + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V\right]. \tag{20}$$

Выберем масштабный фактор в виде гибридной функции

$$a = a_0 e^{\gamma t} t^{\beta}, \tag{21}$$

где a_0, γ, β – некоторые постоянные и вычислим скалярную кривизну

$$R = 12\gamma^2 t^2 + 24\gamma\beta t + 12\beta^2 6\beta t^2.$$

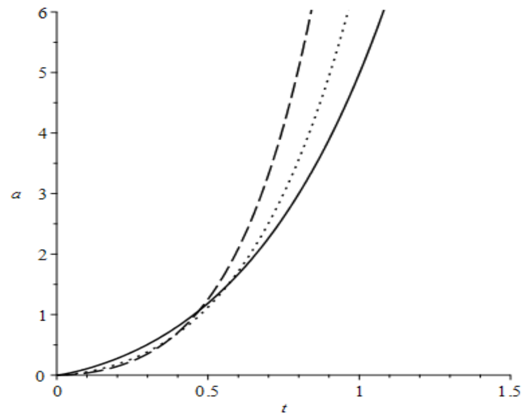


Рис. 1 – Масштабный фактор a в зависимости от времени t.

На рисунке 1 представлен график функции масштабного фактора (21) в зависимости от времени t (при $a_0 = 1.5$, где $\gamma = 1.2, \beta = 1.2$ для сплошной линии, $\gamma = 1.5, \beta = 1.5$ для точечной линии, $\gamma = 2, \beta = 1.7$ для пунктирной линии). Для ускоренного расширения Вселенной необходимо, чтобы $\gamma > 1$.

Из уравнения (18) найдем функцию скалярного поля, график которой представлен на рисунке 2

$$\varphi = \varphi_0 e^{-\frac{1}{2}\gamma t} Whittaker\left(-\frac{1}{2}\beta, -\frac{1}{2}\beta + \frac{1}{2}, \gamma t\right) t^{-\frac{1}{2}\beta} + \varphi_1, \tag{22}$$

где φ_0 и φ_1 – константы интегрирования.

Зная функцию скалярного поля (22) и закон расширения Вселенной (21), найдем потенциал скалярного поля из уравнения (17)

$$V=\varphi_0^2\gamma^{2-\beta}(\beta-1)^2t^{-2\beta}e^{-2\gamma t}+V_{10},$$

где V_{10} - константа интегрирования.

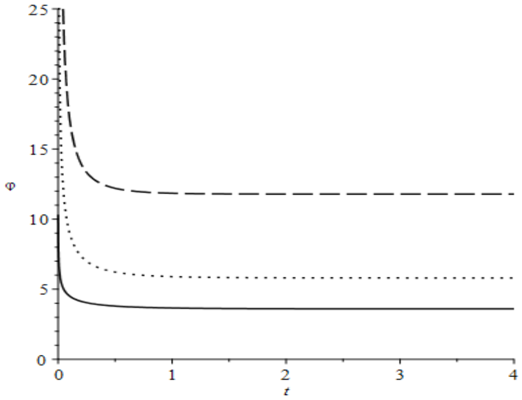
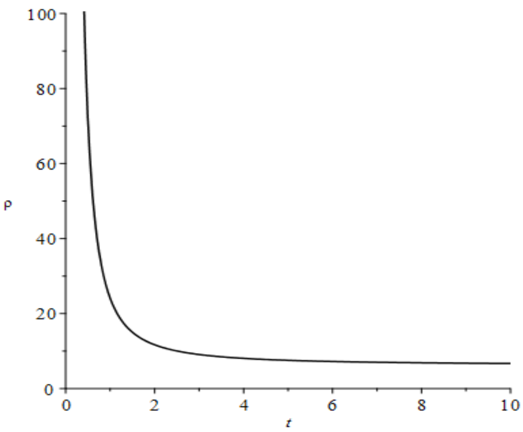


Рис. 2 – Функция скалярного поля φ в зависимости от времени t при $\varphi_0=2$, $\varphi_1=1$.

Из уравнений (19) и (20) найдем плотность темной энергии и давление

$$\rho=\frac{1}{1+12\alpha(2\gamma^2t^2+4\gamma\beta t+2\beta^2-\beta)t^{-2}}\left(\backslash dfrac36\alpha\left(\gamma+\frac{\beta}{t}\right)(4\gamma\beta t+4\beta^2+\beta)t^3+\right.$$
$$+\frac{\alpha(12\gamma^2t^2+24\gamma\beta t+12\beta^2-6\beta)^2}{2t^4}+\varphi_0^2\gamma^{2-\beta}(\beta-1)^2e^{-2\gamma t}t^{-2\beta}\left(\frac{3}{a_0^2e^{2\gamma t}t^{2\beta}}+\frac{1}{2}\right)+$$
$$\left.+\varphi_0^2\gamma^{2-\beta}(\beta-1)^2t^{-2\beta}e^{-2\gamma t}+V_{10}\right),$$
$$p=\frac{1}{1+12\alpha(2\gamma^2t^2+4\gamma\beta t+2\beta^2-\beta)t^{-2}}\left(2\alpha\left(\frac{12\left(\gamma+\frac{\beta}{t}\right)(4\gamma\beta t+4\beta^2+\beta)-24\gamma\beta}{t^3}+\right.\right.$$
$$\left.+\frac{18(4\gamma\beta t+4\beta^2+\beta)}{t^4}\right)-\frac{\alpha(12\gamma^2t^2+24\gamma\beta t+12\beta-6\beta)^2}{2t^4}+\varphi_0^2\gamma^{2-\beta}(\beta-1)^2e^{-2\gamma t}t^{-2\beta}\times$$
$$\left.\times\left(\frac{1}{a_0^2e^{2\gamma t}t^{2\beta}}+\frac{1}{2}\right)-\varphi_0^2\gamma^{2-\beta}(\beta-1)^2t^{-2\beta}e^{-2\gamma t}-V_{10}\right).$$



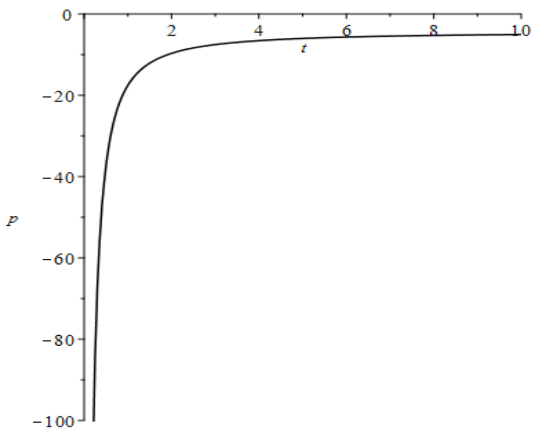


Рис. 3 – Плотность темной энергии $\rho(t)$ Рис. 4 - Давление $p(t)$

Наклон потенциала и кривизну потенциала или параметры медленного скатывания, можно получить с помощью скалярного потенциала и функции скалярного поля

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{2\dot{\varphi}^2}\left(\frac{\dot{V}}{V}\right)^2, \qquad \eta(t) = \frac{\ddot{V}}{\dot{\varphi}^2} - \frac{\dot{V}\ddot{\varphi}}{\dot{\varphi}^3}.$$

Для нашей модели параметры медленного скатывания будут иметь вид

$$\varepsilon = \frac{2\varphi_0^2\gamma^{2-\beta}(\beta-1)^2(\gamma t+\beta)^2 t^{-2\beta-2}e^{-2\gamma t}}{(\varphi_0^2 k^{2-\beta}(\beta-1)^2 e^{-2\gamma t}t^{-2\beta}+V_{10})^2},$$

$$\eta = -4\varphi_0\gamma^{1-\frac{\beta}{2}}(\beta-1)e^{-2\gamma t}\left(\left(\beta^2+\frac{1}{2}\beta\right)t^{-2-\beta}+2\gamma\beta t^{-1-\beta}+\gamma^2 t^{-\beta}\right)-$$

$$-2\varphi_0^2\,\gamma^{2-\beta}(\beta-1)^2 e^{-2\gamma t}t^{\frac{\beta}{2}-2}(\beta t^{-2-\beta}+\gamma t^{-\beta})(\beta t^{-1-\frac{\beta}{2}}+\gamma t^{-\frac{\beta}{2}}).$$

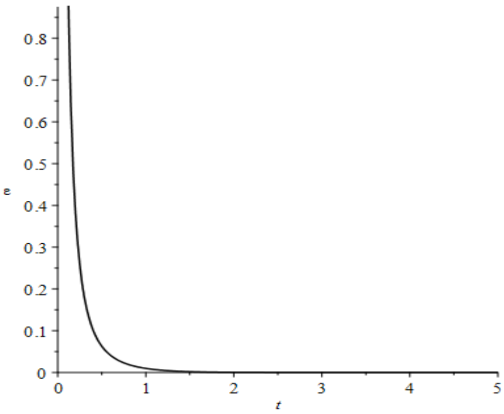


Рис. 3 – Наклон потенциала ε

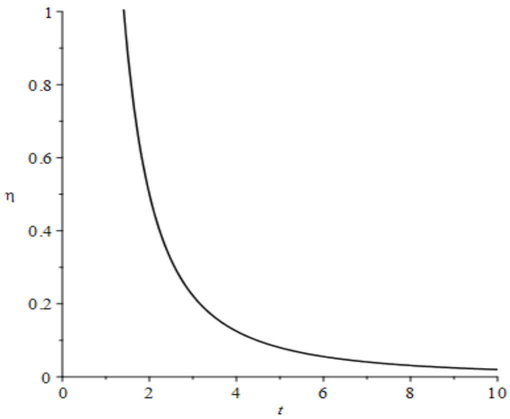


Рис. 4 – Кривизна потенциала η

Для возникновения инфляции необходимо, чтобы $\varepsilon(t) \ll 1$ и $\eta(t) \ll 1$. Из рисунков 3 и 4 видно, что параметры меденного скатывания удовлетворяют этому условию.

Модели со скалярными полями широко исследуются в космологии, с их помощью получают не только ускоренное расширение, но и более сложную Динамику. Исследовали модифицированную космологическую модель с гибридным изменением масштабного фактора в присутствии скалярного поля и поля Максвелла. Нашли функцию скалярного поля, которая в исследуемой модели медленно скатывается в низ. Построили соответствующие графики.

Данное исследование финансируется Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан AP08955524.

Список использованных источников

1. Болотин Ю. Л., ЕрохинД. А., ЛемецО.А. Расширяющаяся Вселенная: замедление или ускорение? // Успехи физических наук. - 2012. - Т. 18,№9 - С. 941-986
2. Блинников С. И. , Долгов А. Д. Космологическое ускорение // Успехи физических наук. - 2019. - Vol. 189,6 - С. 561-602
3. Razina O, Tsyba P, Meirbekov B, Myrzakulov R Cosmological Einstein–Maxwell model with g-essence // International Journal of Modern Physics D. –2019. -Vol.28, N10. –P. 1950126.