

ӘОЖ 621.1

ҮШ ЕРКІНДІК ДӘРЕЖЕСІ БАР ЖҮКШЫҒЫРДЫҢ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕРІ

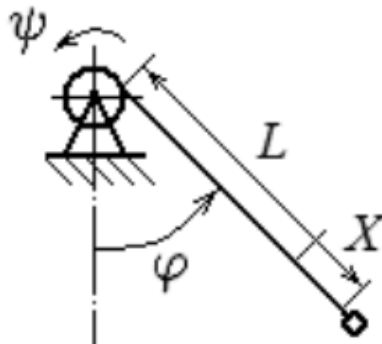
Бердібек Ардақ, Юнисалиев Мансур

ardak.00.16@mail.ru, yunissaliyev00@bk.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ механика-математика факультетінің студенттері

Ғылыми жетекшісі - тех.ғ.к., доцент Б. Бостанов

Мәселенің қойылымы. Көтеру механизмдері практикада кеңінен қолданылады. Сондықтан да әртүрлі көтергіштердің динамикалық сипаттамаларын зерттеу өзекті мәселе болып табылады [1,2]. Жүкті көтеру үшін қолданылатын үш еркіндік дәрежесі бар механикалық жүйенің динамикасы қарастырылады (1-сурет).



1-сурет. Үш еркіндік дәрежесі бар жүкшығыр моделі

Мұндағы: ψ - барабанның айналу бұрышы ; φ - тростың вертикальдан ауытқу бұрышы ; X - тростың абсолютті созылуы.

Жүктің массасы тең болсын m , жүктің аэродинамикалық кедергі коэффициенті β . Жүкшығыр барабанының радиусы r_0 , осьтік инерция моменті J . Барабанға қолданылатын моментті Ω бұрыштық жылдамдыққа байланысты деп санаймыз.

$$M(\Omega) = M_0 - B\Omega$$

Мұндағы : $\frac{M_0}{B} = \omega$ – барабанның бос жүрістегі тұрақты бұрыштық жылдамдығы.

Бастапқы бұрыштық жылдамдық нөлге тең . Тростың бастапқы ұзындығы L_0 . Тростың массасын , оның аэродинамикалық кедергісінің күшін елемеуге болады . Жүкшығыр барабанының кинематикалық айналу заңың , ауытқу бұрышы мен трос ұзындығының уақыт бойынша өзгеруін табамыз.

Материалдар және нәтижені талдау. Қарастырылып отырған механикалық жүйенің үш еркіндік дәрежесі бар . Мұндай түрде берілген есептер Лагранж теңдеулерінің көмегімен шешіледі . Жалпыланған координаттар ретінде жүкшығыр барабанының бұрылу бұрышы ψ таңдалды , тростың созылуы X , тростың вертикальды ауытқу бұрышы φ . Жүктің абсолютті жылдамдығының проекцияларын формулалар арқылы табамыз.

$$U = \Omega r_0 - \dot{X} = \dot{\psi} r_0 - \dot{X} , V = \Omega_1 L = \dot{\varphi} (L_0 - \psi r_0 + X) .$$

Жүктің гидродинамикалық қарсыласу күшінің құрамдас бөліктері

$$R_x = -\beta W (\dot{\psi} r_0 - \dot{X}) , R_y = -\beta W \dot{\varphi} (L_0 - \psi r_0 + X) ,$$

$$W = \sqrt{\dot{\varphi} (L_0 - \psi r_0 + X)^2 + (\dot{\psi} r_0 - \dot{X})^2} .$$

Механикалық жүйенің динамикасын сипаттайтын Лагранж теңдеулері.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \psi} = Q_\psi , \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{X}} \right) - \frac{\partial T}{\partial X} = Q_x , \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_\varphi \quad (1)$$

Механикалық жүйенің кинетикалық энергиясы айналмалы барабан мен қозғалатын жүктің кинетикалық энергиясынан тұрады.

$$T = 0.5 J \dot{\psi}^2 + 0.5 m ((\dot{\psi} r_0 - \dot{X})^2 + \dot{\varphi}^2 (L_0 - \psi r_0 + X)^2) .$$

Лагранж теңдеулерінен келесі шарттарды аламыз.

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} = J \dot{\psi} + m (\dot{\psi} r_0 - \dot{X}) r_0 , \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} \right) = J \ddot{\psi} + m (\ddot{\psi} r_0 - \ddot{X}) r_0 , \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = -r_0 \dot{\varphi}^2 m (L_0 - \psi r_0 + X) .$$

Жүйеге мүмкіндік орын ауыстыруды береміз:

$$\delta \psi \neq 0 , \delta X = 0 , \delta \varphi = 0$$

Бұл қозғалыста сыртқы күштердің жұмысы мынаған тең:

$$\delta A_\psi \equiv Q_\psi \delta \psi = M \delta \psi - (R_x + mg \cos \varphi) r_0 \delta \psi .$$

Тиісті жалпыланған күш формула бойынша есептелінеді:

$$Q_\psi = M_0 - B \dot{\psi} - (mg \cos \varphi + \beta W (\dot{\psi} r_0 - \dot{X})) r_0$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{X}} = -m (\dot{\psi} r_0 - \dot{X}) , \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{X}} \right) = -m (\ddot{\psi} r_0 - \ddot{X}) , \frac{\partial T}{\partial X} = m \dot{\varphi}^2 (L_0 - \psi r_0 + X) .$$

Жүйеге мүмкіндік орын ауыстыруды береміз:

$$\delta \psi = 0 , \delta \varphi = 0 , \delta X \neq 0$$

Бұл қозғалыста сыртқы күштердің жұмысы мынаған тең:
 $\delta A_x \equiv Q_x \delta X = (mg \cos \varphi + R_x - \Theta X / L(t)) \delta X$.

Жалпыланған күш қайдан пайда болғанын көрсетеміз

$$Q_\psi = mg \cos \varphi + \beta W(\dot{\psi} r_0 - \dot{X}) - \Theta X / (L_0 - \psi r_0 + X).$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = m \dot{\varphi} (L_0 - \psi r_0 + X)^2.$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) = m \ddot{\varphi} (L_0 - r_0 + X)^2 - 2m \dot{\varphi} (L_0 - \psi r_0 + X) (\dot{\psi} r_0 - \dot{X}).$$

Жүйеге мүмкіндік орын ауыстыруды береміз:

$$\delta \psi = 0, \delta x = 0, \delta \varphi \neq 0.$$

Бұл қозғалыста сыртқы күштердің жұмысы мынаған тең:

$$\delta A_\varphi \equiv Q_\varphi \delta \varphi = -(mg \sin \varphi + R_y) L \delta \varphi.$$

Жалпыланған күш қайдан пайда болғанын көрсетеміз

$$Q_\varphi = (mg \sin \varphi + \beta W \dot{\varphi} (L_0 - \psi r_0 + X)) (L_0 - \psi r_0 + X). \quad (7)$$

(2)-(7) – ші өрнектерді (1)-ші өрнекпен алмастыра отырып, біз механикалық жүйенің қозғалысын сипаттайтын дифференциалдық теңдеулер жүйесін аламыз

$$L \ddot{\Psi} + m r_0 (\ddot{\Psi} r_0 - \ddot{X} - \dot{\varphi}^2 L(t)) = M_0 - B \dot{\psi} - (mg \cos \varphi + \beta W (\dot{\psi} r_0 - \dot{X})) r_0,$$

$$m (\ddot{X} - \dot{\psi} r_0 + \dot{\varphi}^2 L(t)) = mg \cos \varphi + \beta W (\dot{\psi} r_0 - \dot{X}) - \Theta X / L(t),$$

$$m \dot{\varphi} L(t) - 2m \dot{\varphi} (\dot{\psi} r_0 - \dot{X}) = -(mg \sin \varphi + \beta W \dot{\varphi} L(t))$$

Қортынды. Іс жүзінде, әсіресе құрылыс саласында кең қолданыс тапқан жүккөтергіш аспап - жүкшығырдың динамикасын зерттеу маңызды мәселелердің біріне жатады.

Жүк салмағының артуы, барабанның осьтік инерция моментінің төмендеуі, бастапқы бұрыштың ұлғаюы секілді жүйе параметрлерінің өзгерісі оның динамикасына көп әсерін тигізеді. Сондықтан жүйе қозғалысының дифференциалдық теңдеулерін қортып шығару да мәселенің негізгі бөлігі болып саналады. Қарастырылған жүкшығыр қозғалысын сипаттайтын дифференциалдық теңдеулер жүйесінің шешімін таба отырып, қажетті сипаттамаларға талдау жасауға болады.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1 Однокопылов И. Г., Гнеушев В. В., Филиппов А. С. Исследование динамических нагрузок электропривода подъема каротажной лебедки // *Фундаментальные исследования*. 2015. № 2. С. 1392—1396.

2 Великанов Н. Л., Наумов В. А., Примак Л. В., Ахмедов И. М. Динамика электрической подъемной лебедки // *Механизация строительства*. 2017. № 8. С. 41—45.

3 Манжосов, В. К. Теоретическая механика. Часть II. Динамика. Аналитическая механика : учебное пособие / В. К. Манжосов, О. Д. Новикова, А. А. Новиков ; Ульянов. гос. техн. ун-т. – Ульяновск : УлГТУ, 2011. – 194 с. ISBN 978-5-9795-0869-6

4 А. Ф. Ибраев, Т. Е. Санкибаев. Теориялық механика : оқулық. – Алматы : Нұр-Принт, 2016. - 287 б.