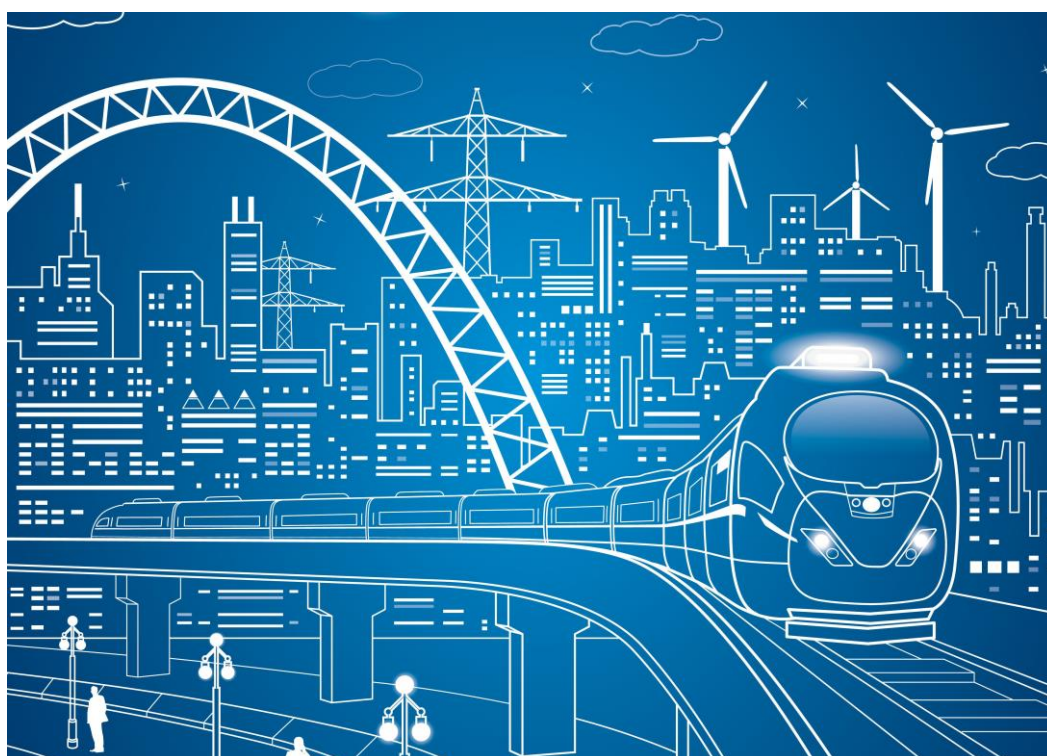


ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
КӨЛІК – ЭНЕРГЕТИКА ФАКУЛЬТЕТІ



***«КӨЛІК ЖӘНЕ ЭНЕРГЕТИКАНЫҢ ӨЗЕКТІ МӘСЕЛЕЛЕРІ:
ИННОВАЦИЯЛЫҚ ШЕШУ ТӘСІЛДЕРІ» XI ХАЛЫҚАРАЛЫҚ
ҒЫЛЫМИ-ТӘЖІРИБЕЛІК КОНФЕРЕНЦИЯСЫНЫҢ БАЯНДАМАЛАР
ЖИНАҒЫ***

***СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНО – ПРАКТИЧЕСКОЙ
КОНФЕРЕНЦИИ: «АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ТРАНСПОРТА И
ЭНЕРГЕТИКИ: ПУТИ ИХ ИННОВАЦИОННОГО РЕШЕНИЯ»***

***PROCEEDINGS OF THE XI INTERNATIONAL SCIENTIFIC-PRACTICE
CONFERENCE «ACTUAL PROBLEMS OF TRANSPORT AND ENERGY:
THE WAYS OF ITS INNOVATIVE SOLUTIONS»***

Астана, 2023

УДК 656+620.9
ББК 39+31
А43

Редакционная коллегия:

Председатель – Курмангалиева Ж.Д. Член Правления – Проректор по науке, коммерциализации и интернационализации; Заместитель председателя – Кокаев У.Ш. декан транспортно-энергетического факультета, к.т.н., доцент; Султанов Т.Т. – заместитель декана по научной работе, к.т.н., доцент; Арпабеков М.И. – заведующий кафедрой «Организация перевозок, движения и эксплуатация транспорта», д.т.н., профессор; Тогизбаева Б.Б. – заведующий кафедрой «Транспорт, транспортная техника и технологии», д.т.н., профессор; Байхожаева Б.У. – заведующий кафедрой «Стандартизация, сертификация и метрология», д.т.н., профессор; Сакипов К.Е.– заведующий кафедрой «Теплоэнергетика», к.т.н., доцент; Жакишев Б.А.– заведующий кафедрой «Электроэнергетика», к.т.н., доцент.

А43 Актуальные проблемы транспорта и энергетики: пути их инновационного решения: XI Международная научно – практическая конференция, г. Астана, 16 марта 2023/Подгот. Ж.Д. Курмангалиева, У.Ш. Кокаев, Т.Т. Султанов – Астана, 2023. – 709с.

ISBN 978-601-337-844-2

В сборник включены материалы XI Международной научно – практической конференции на тему: «Актуальные проблемы транспорта и энергетики: пути их инновационного решения», проходившей в г. Астана 16 марта 2023 года.

Тематика статей и докладов участников конференции посвящена актуальным вопросам организации перевозок, движения и эксплуатации транспорта, стандартизации, метрологии и сертификации, транспорту, транспортной техники и технологии, теплоэнергетики и электроэнергетики.

Материалы конференции дают отражение научной деятельности ведущих ученых дальнего и ближнего зарубежья, Республики Казахстан и могут быть полезными для докторантов, магистрантов и студентов.



ФУРЬЕ АЛГОРИТМІН ПАЙДАЛАНУМЕН ПАРАМЕТРЛЕРДІ ПРОГРАММАЛЫҚ ЕСЕПТЕУ НЕГІЗІНДЕ ЭЛЕКТР ТІЗБЕКТЕРІНДЕГІ РЕАКТИВТІ ШЫҒЫНДАРДЫ АЗАЙТУДЫҢ ЖӘНЕ ЖОҒАЛҒАН ФАЗАНЫ ЖЫЛДАМ ІСКЕ ҚОСУДЫҢ ЖАҢА ТӘСІЛІ

Жақатаев Токсан Айыпханович

Toksanzh@yandex.kz

Т.ғ.д., Л.Н. Гумилев ат. Еуразия ұлттық университет, Астана, Қазақстан

Коньсбекова Гульбаршин Куатбековна

техника ғылымдарының магистры, Л.Н. Гумилев ат. Еуразия ұлттық университет, Астана, Қазақстан

gulbarshyn_1991@mail.ru

Досжанов Нурдаулет Санымкереевич, Иран Есен Сағындықұлы

Электр энергетикасы кафедрасының магистранты, Л.Н. Гумилев ат. Еуразия ұлттық университет, Астана, Қазақстан

Айнымалы тоқ тізбегіндегі реактивті қуаттың шығындарын азайту үшін реттелетін баптаушы индуктивті және сыйымдылық кедергілерін жүктемемен тізбектей қосуға болады. Айнымалы тоқ тізбегіндегі реактивті қуаттың жоғалуын азайту үшін реттелетін баптаушы индуктивті және сыйымдылық кедергілерін жүктемеге параллель қосуға болады. Негізгі тоқты баптаушы тоқтарға Фурье қатарына жіктегенде нәтижеге қол жеткіземіз. Негізгі тоқ жүктеме тармағында өтеді. Баптаушы тоқтар параллельді қосалқы тармақтар арқылы өтеді. Жалпы процесс өлшеу-есептеу жүйесін пайдалану және схеманың негізгі параметрлерін автоматты түрде өзгерту (реттеу) негізінде жүзеге асырылады. Жасалған жаңа алгоритм негізінде үш фазалы қозғалтқыштардың электрмен жабдықтау жүйелерінде және басқа да жүктемелерде апаттық жоғалған фазаны қалпына келтіру мәселесі шешілді.

Кілттік сөздер. Фазалық ауысу, Фурье қатары, реактивті жоғалту, реттеуші блок, параллель тізбектер, тіркеме тізбектер, тоқтар, кернеулер.

To reduce reactive power losses in an AC circuit, adjustable tuning inductive and capacitive resistances can be connected in series with the load. Adjustable tuning inductive and capacitive resistances can be connected parallel to the load to reduce reactive power loss in the AC circuit. We get the result when we classify the main current into a Fourier Series for tuning currents. The main current flows on the load branch. The tuning currents pass through parallel sub-branches. The general process is carried out on the basis of the use of a measurement and calculation system and automatic change (adjustment) of the main parameters of the circuit. Based on the developed new algorithm, the problem of restoring the catastrophically lost phase in the power supply systems of three-phase motors and other loads was solved.

Key words. Phase transition, Fourier series, reactive loss, regulatory unit, parallel circuits, attachment circuits, currents, voltages.

Регулируемые подстроечные индуктивные и емкостные сопротивления могут быть соединены последовательно с нагрузкой, чтобы уменьшить потери реактивной мощности в цепи переменного тока. Регулируемые подстроечные индуктивные и емкостные сопротивления могут быть подключены параллельно нагрузке, чтобы уменьшить потери реактивной мощности в цепи переменного тока. Мы получаем результат, когда основной ток является классифицированным рядом Фурье для токов настройки. Основной ток проходит в ветке нагрузки. Подстроечный ток проходит через параллельные вспомогательные ветви. Общий процесс осуществляется на основе использования измерительно-вычислительной

системы и автоматического изменения (регулирования) основных параметров схемы. На основе разработанного нового алгоритма решена проблема аварийного восстановления утраченной фазы в системах электроснабжения трехфазных двигателей и других нагрузках.

Ключевые слова. Фазовый переход, ряд Фурье, реактивная потеря, регулирующий блок, параллельные цепи, прицепные цепи, токи, напряжения.

Кіріспе

Реактивті қуаттың шығыны өндірілетін жалпы қуаттың 30-40% дейін жетуі мүмкін екені белгілі. Бұл бір фазалы немесе үш фазалы болсын, кез келген айнымалы ток тізбегіне қатысты. Қуаты төмен және де қуаты жүздеген, мыңдаған киловатт пен мегаваттқа жетуі мүмкін үлкен тізбектерге де қатысты.

Мұндай үлкен қуат шығындары жабдықтың өлшемдерінің шамадан тыс ұлғаюына, металдар мен басқа материалдардың артық жұмсалыуына, электр беріліс және басқару желісінің қызып кетуіне әкеледі. Ең бастысы, бүкіл тұтыну желісі үшін электр тогын тудыратын генератордың ПӘК-і төмен болып шығады. Реактивті қуат үшін қаржылық шығындарды желге лақтырылған ақша деп айтуға болады.

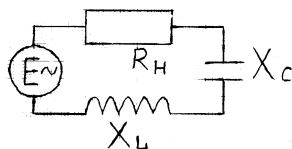
Сондықтан бұл мәселені шешу біздің ғаламшарымыздағы бүкіл электр және энергетика саласы үшін өте маңызды. Сонда қанша ақша үнемделіп, бүкіл адамзат игілігіне жұмсалатынын елестету де мүмкін емес.

Осы мәселемен бірге бұл мақала қуатты үш фазалы электр қозғалтқыштары жұмыс істеген жағдайда бір апаттық жоғалған фазаны қалпына келтіру мәселесін шешеді. Мысалы, қуатты үш фазалы жүк көтергіштері. Бұл мәселенің жаңа теориялық шешімі табылды. Жоғалған фаза апаттық қалпына келтіру блогын автоматты түрде іске қосу негізінде қалпына келтіріледі. Бұл параллель жұмыс істейтін n-тармақтардан тұратын тұтас жүйе. Әрбір тармақ тізбектей жалғанған конденсатор мен индуктивтіліктен тұрады. Сондай-ақ баптаушы блогында бірнеше L-C-R элементтерінің тізбектеліп жалғануы да мүмкін.

Өндірістік жағдайда апатты болдырмау үшін осы есептің шешімі аса маңызды.

Есептің теориялық шешімі.

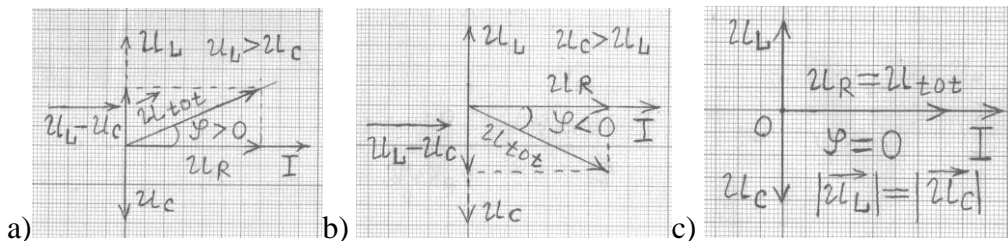
1-суретте көрсетілген схеманы елестетіңіз. Кез келген құрылғы, машина, аспап ең жалпы түрде R, L, C және E генераторы сияқты эквивалентті схема ретінде келтірілуі мүмкін.



1 сурет - R, L, C тізбектей жалғануы

Егер мұндай тізбекте қосымша айнымалы, баптаушы сыйымдылықтары C_t немесе индуктивтіліктері L_t болса, қарапайым жағдайда реактивті шығындарды нөлге дейін азайтуға болады.

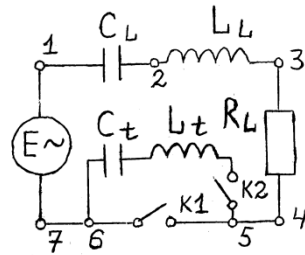
$$X_L = X_C, \omega L = \frac{1}{\omega C}. \quad (1)$$



2-сурет - Индуктивтілікке, сыйымдылыққа және белсенді кедергіге кернеулердің орналасуының нұсқалары

$\varphi = 0$, 2-суретте көрсетілген жағдай жүзеге асады. Яғни, тиімді ток пен тиімді кернеу арасында фазалық ығысу болмайды. Іс жүзінде, фазалық ығысу 0-ге жетпейді және бұл қажет емес. Нақты айтқанда, фазалық ығысудың $\varphi = \pm 3^\circ$ дейін жетуі жеткілікті. Мәселе тек идеяны техникалық жүзеге асыруда қалады.

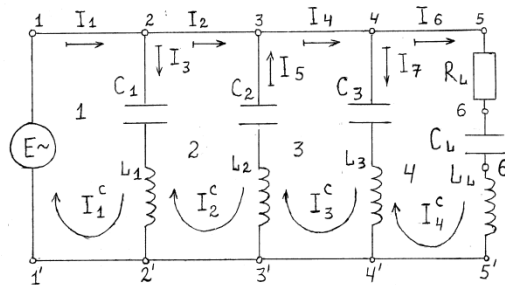
1, 2, 3, 4 нүктелеріне өлшеу-есептеу жүйесі (ӨЕЖ) қосылуы қажет (3-сурет). Ол жедел есептеулер жасап және олардың нәтижелері бойынша басқа автоматты жүйе (АЖ) C_t және L_t айнымалыларды қажетті мәндерге реттейді. Осылайша 1-шарт орындалады. Бұл есеп баптаушы конденсаторлар мен резисторлар жүктеменің өзіне тізбектей жалғанған қарапайым бір тізбекті схемамен оңай шешіледі.



L_t тізбектей жалғану сұлбасы, “t” – turning.

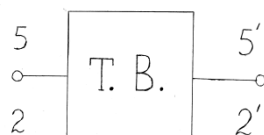
3 сурет - Баптаушы сыйымдылықтар C_t мен индуктивтіліктердің

4-суретте көрсетілгендей есепті баптау блогының жүйесін (Б.Б.-Т.В.) параллель қосу арқылы шешіледі. Т.В. - turning block 5-суретте бөлек көрсетілген. C_L - жүктеме сыйымдылығы, Load, L_L - жүктеме индуктивтілігі, R_L - жүктеме кедергісі



4 сурет - Баптаушы сыйымдылықтар C_{t-i} мен индуктивтіліктердің L_{t-i} параллель жалғану сұлбасы, “t” – turning, $i=1,2,3\dots$

ӨЕЖ бұрынғыдай 5, 5' нүктелеріне қосылады. ББ-ны параллель қосу кезінде олар ішінде және параллель орналасқан бірнеше (кемінде 3) параллельді тізбектерден тұруы мүмкін. 2 – 2', 3 – 3', 4 – 4' қосылу нүктелерінде кернеу барлық параллель тармақтарда, соның ішінде негізгі жүктеме тармағының 5 – 5' өзінде бірдей болады. Сызбаны жеңілдету үшін 5-суретте көрсетілген көптеген параллель тармақтарды бөлек баптау блогы (Б. Б.) ретінде көрсетуге болады.



5 сурет - Баптау контурының (turning block) жеке блок ретіндегі кескінінің сұлбасы. 2 – 2', 5 – 5' – 3 және 4 суреттердегі нүктелер.

$I_1^c, I_2^c, I_3^c, I_4^c$ токтары – 1-4 тұйық контурларында өтетін контурлы токтар; $I_1 \div I_7$ - 1 – 2, 2 – 3, 2 – 2' және т.с.с. әр тармақта өтетін токтар. Бұл баптаушы катушкалар мен

конденсаторлар $C_i, L_i, i = 1, 2, 3 \dots$ арқылы өтетін нақты физикалық токтар. I_L - жүктеме тізбегі арқылы өтетін ток: R_L, C_L, L_L , жүктеме – Load.

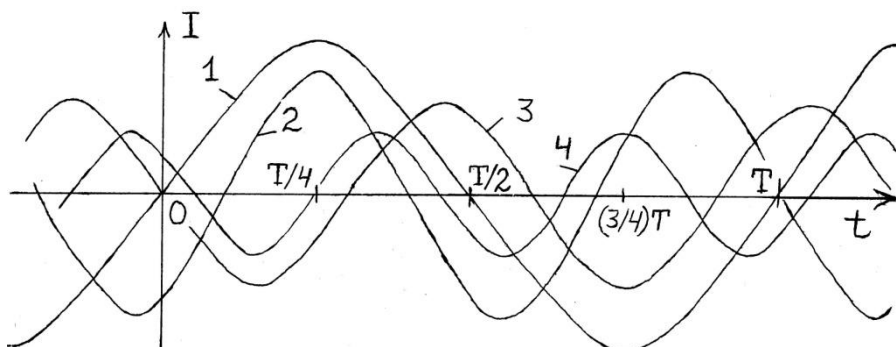
4-сурет бойынша 2, 3, 4, 5 түйіндеріндегі токтар үшін Кирхгоф заңы

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0, \\ I_2 - I_4 + I_5 = 0, \\ I_4 - I_6 - I_7 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Түйіндік кернеулер әдісі негізінде 4-сурет үшін

$$\begin{cases} I_3(X_{L,1} - X_{C,1}) = E, \\ I_5(X_{L,2} - X_{C,2}) = -E, \\ I_7(X_{L,3} - X_{C,3}) = E, \\ I_6(X_{L,L} - X_{C,L}) = E. \end{cases} \quad (3)$$

(2), (3)-тен мыналар шығады: 1) тендеулер жүйесінің толық шешілетіндігі, 2) $I_L = I_7 = f(I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6)$. Осылайша, жүктеме арқылы өтетін ток функционалды және айқын түрде баптау токтары арқылы көрсетіледі. I_L негізгі токты баптау токтары бойынша Фурье қатары түрінде көруге болады: $I_i, i=1,2,3, \dots$. Негізгі ток $I_L \rightarrow 1, 2, 3, 4$ токтары арқылы (I_i токтары) Фурье қатарына жіктелген кездегі сапалы, иллюстрациялық сурет 6-суретте көрсетілген. Мұндағы t - уақыт, ал T - I_L негізгі тоғының периоды.



6 сурет - Фурье қатарына жіктелген токтың иллюстративті, сапалы суреті: 1- I_L тоғы, 2- I_1 тоғы, 3- I_2 тоғы, 4- I_3 тоғы

Осылайша, біз қажетті нәтижені жаңа теорема түрінде дәлелдедік: жүктеме арқылы өтетін айнымалы токты параллель тізбектердегі токтар бойынша Фурье қатарына жіктеуге болады. Нәтижесінде негізгі алынған токтың әртүрлі фазалық ығысуларын алынады. Осылайша, айнымалы ток тізбегіндегі реактивті қуаттың төмендеуіне қол жеткізіледі. $X_{L,t,i}, X_{C,t,i}$ реактивтілікті кедергілердің әртүрлі мәндері таңдалады. Нәтижесінде эквивалентті ток пен эквивалентті кернеу арасындағы фазалық ығысуды қажетті $\varphi \approx \varepsilon \rightarrow 0$ мәніне дейін азайтуға әрқашан мүмкіндік бар.

Оқырман әдебиеттер тізімінде көрсетілген кітаптарда периодтық гармоникалық функциялардың Фурье қатарына жіктелуі туралы және операциялық есептеулер теориясының негіздерімен жан-жақты таныса алады. Ғылым мен техниканың көптеген іргелі мәселелерін жан-жақты, түсінікті, терең ашып және жазып бергені үшін Кеңестік кезеңдегі ғалымдарға алғыстан басқа айтарымыз жоқ. Сондықтан, оларды өз бетінше оқып-үйрену кезінде ешкімде түбегейлі қиындықтар болмайды.

Енді I_L негізгі токтың I_i параллель тізбектерінің токтары бойынша Фурье қатарына жіктелу формуласын көрсетейік.

$$I_L(t) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^n \left(a_i \cos \frac{2\pi i}{T} t + b_i \sin \frac{2\pi i}{T} t \right), \quad (4)$$

мұндағы t – уақыт, с., T – негізгі функцияның өзгеру периоды, с. a_0 , a_i , b_i коэффициенттері негізгі функцияның $I_L(t)$ жуықталған сандық интегралдауы негізінде есептеледі, “ L ” символы токтың жүктеме (Load) арқылы өтетінің білдіреді. Барлық есептеулерді ЭЕМ немесе микросұлбалар негізінде бағдарламалық түрде орындауға болады.

Біздің нәтижеге сүйене отырып, біз үш фазалы электр желілеріндегі жетіспейтін бір фазаны қалпына келтіру мәселесін шеше аламыз. Бұл кенеттен болған апаттар кезінде болады. Барлық дерлік күштік, крандық, тартқыш электр қозғалтқыштары үш фазалы токпен жұмыс істейді. Ауыр жүктерді белгілі бір биіктікке көтеру кезінде бұл өте маңызды. Фазаның жоғалуы кезінде апат болуы мүмкін. Материалдық шығынмен қоса адам шығыны да болуы мүмкін. Жоғалған фаза қалпына келтіріліп, жоғарыда сипатталған алгоритмімізге сәйкес ең жылдам жолмен қосылса, мұны болдырмауға болады. Екі белсенді фазаға қатысты қосылған жаңа фаза жоғалған фазамен бірдей фазалық ығысуға ие болуы үшін өлшеу-есептеу жүйесі $X_{L,t,i}$, $X_{C,t,i}$ параметрлерін бірден есептейді.

(2) және (3) формулалары Кирхгофтың бірінші және екінші заңдары. Есептеу тәжірибесі I_i^c контурлық токтар пайдаланылған кезде немесе I_i тармақтарындағы шынайы токтар пайдаланылған кезде айырмашылық жоқ екенін көрсетті. Қазіргі уақытта, мысалы, жоғары жылдамдықты есептеуіш процессорлары бар қуатты компьютерлер жалпыға қол жетімді. Matlab сияқты заманауи бағдарламалық пакеттердегі есептеулер тақырыбы қарастырылады. Сондықтан толық жүйе келесідей жазылуы керек

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 + 0 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 + 0 \cdot I_6 + 0 \cdot I_7 = 0, \\ 0 \cdot I_1 + I_2 + 0 \cdot I_3 + I_4 + I_5 + 0 \cdot I_6 + 0 \cdot I_7 = 0, \\ 0 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + I_4 + 0 \cdot I_5 - I_6 - I_7 = 0, \\ 0 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + I_3(X_{L,1} - X_{C,1}) + 0 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 + 0 \cdot I_6 + 0 \cdot I_7 = E, \\ 0 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 + I_5(X_{L,2} - X_{C,2}) + 0 \cdot I_6 + 0 \cdot I_7 = -E, \\ 0 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 + 0 \cdot I_6 + I_7(X_{L,3} - X_{C,3}) = E, \\ 0 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 + I_6(X_{L,L} - X_{C,L}) + 0 \cdot I_7 = E. \end{cases} \quad (5)$$

(5)-тен негізгі және қосымша анықтауыштар Δ_i , Δ анықталады. Технологияны түсіндіру үшін жеті белгісіз және жеті теңдеуден тұратын қарапайым модельдік есептің мысалын келтірдік. Бұл контурлар мен теңдеулердің кез келген саны үшін шешілетін тұйықталған (замкнутая), шешілетін жүйе.

(4) формула ток үшін Фурье қатарына жіктелуді сипаттайды. Сол сияқты, біз Фурье қатарына кернеуді жіктей аламыз. Біз параллельді тізбекті есептеу үшін токтың жіктелуін қолдандық, ал тізбектей тізбекті есептеу үшін кернеудің жіктелуін қолданамыз. Бұл нәтижелерді келесі мақалада талқылаймыз.

Кернеудің Фурье қатарына жіктелуі

$$U_L(t) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^n \left(a_i \cos \frac{2\pi i}{T} t + b_i \sin \frac{2\pi i}{T} t \right), \quad (6)$$

3-суреттегі кернеу $U_L(t) = U_{3,4}$ - жүктеменің ұштарындағы кернеу. Бұл кернеуді Фурье қатарына жіктеу кезінде баптау блогының тізбекті қосылу тізбегі қолданылады. 6-сурет кернеу үшін екенін ойша елестетіңіз, яғни I-ді U-ге ауыстырамыз. Онда 1-сызық $U_L(t)$ болады, ал 2, 3, 4,... сызықтары C_t , L_t баптау жүйесінің жұмысы негізінде 3-суреттегі 5-6 нүктелер арасындағы

кернеулер болады. Өз кезегінде, бұл баптау сыйымдылығы мен индуктивтілігі $C_t = \sum C_{t,i}$, $L_t = \sum L_{t,i}$ бірнеше тізбектей жалғанған элементтерден тұруы мүмкін. (6) формулада a_i және b_i коэффициенттері u_i гармоникалық кернеулері үшін дәл осы компоненттерді анықтайды. Олар $L_{t,i}$ және $C_{t,i}$ жеке баптау элементтерінде модуляцияланады.

Осы жаңа есептің жаңа шешімдері бойынша біз шетелдік үлкен ғылыми орталықтармен, өндірістік электрлік фирмалармен байланысқа, қарым қатынасқа, жаңа жобалық түрде бірге жұмыс жасауға үміттенеміз.

Қорытындылар

1. Айнымалы тоқ тізбегіндегі реактивті қуаттың шығындарын азайту үшін реттелетін баптаушы индуктивті және сыйымдылық кедергілерін жүктемемен тізбектей қосуға болады.

2. Айнымалы тоқ тізбегіндегі реактивті қуаттың жоғалуын азайту үшін реттелетін баптаушы индуктивті және сыйымдылық кедергілерін жүктемеге параллель қосуға болады.

3. Негізгі тоқты баптаушы тоқтарға Фурье қатарына жіктегенде нәтижеге қол жеткіземіз. Негізгі тоқ жүктеме тармағында өтеді. Баптаушы тоқтар параллельді қосалқы тармақтар арқылы өтеді.

4. Жалпы процесс өлшеу-есептеу жүйесін пайдалану және схеманың негізгі параметрлерін автоматты түрде өзгерту (реттеу) негізінде жүзеге асырылады.

5. Жасалған жаңа алгоритм негізінде үш фазалы қозғалтқыштардың электрмен жабдықтау жүйелерінде және басқа да жүктемелерде апаттық жоғалған фазаны қалпына келтіру мәселесі шешілді.

Пайдалынған әдебиетте тізімі

1. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. – М.: Высшая школа, 1996. – 637 с.
2. Евсюков А. А. Электротехника. – М.: Просвещение, 1979. – 245 с.
3. Зевеке Г. В. и др. Основы теории цепей. – М.: Энергия, 1975. – 752 с.
4. Попов В. С. Теоретическая электротехника. – М.: Энергия, 1975.- 550 с.
5. Буртаев Ю. В., Овсянников П. Н. Теоретические основы электротехники. – М.: Книжный дом “ЛИБРОКОМ”, 2013.- 552 с.
6. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа. Часть 2. – М.: Наука, Физматлит, 1998. – 448 с.
7. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Том 3. – М.: Наука, 1970.- 656 с.
8. Толстов Г. П. Ряды Фурье. – М.: Гос. изд.-во физ.-мат. лит.-ры, 1960. – 390 с.
9. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа. Том 3. – М.: Высшая школа, 1989. - 352 с.
10. Смирнов В. И. Курс высшей математики. Том 2. – М.: Наука, 1974. – 655 с.