және фазалық ауысулар, қисықтық және сингулярлық сияқты термодинамикалық қасиеттерді білдіретін геометротермодинамика формализм әдісі қолданылады. Термодинамикалық функцияларындағы айырмашылықтарды талдаудан алынған маңызды критикалық нүктелері алынды. Қара құрдымының термодинамикасында ерекше жылудың критикалық нүктелері әдетте екінші ретті фазалық ауысулардың пайда болуымен байланысты. Керрдің төрт өлшемді қара құрдымы жағдайында жауап есебі фазалық ауысуды зерттеуге мүмкіндік береді. Алайда, мұндай тәсіл басқа термодинамикалық потенциалды есептеу мүмкін емес, сондықтан барлық есептеулер масса және энтропия тұрғысынан жүргізіледі. Бұл нәтиже геометротермодинамика қара тесігі құрылымының фазалық ауысуын дұрыс көбейте алады деген тұжырымды растайды.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Алтайбаева А.Б.. Геометродинамика некоторых топологических объектов: Монография - Нур-Султан, 2019. - 147 б.

2. Kovtun P., Son D. T., Starinets A. O. Holography and hydrodynamics: diffusion on stretched horizons // Journal of High Energy Physics. – 2003. – Vol. 2003, №10.

3. Bravetti A., Nettel F. Thermodynamic curvature and ensemble nonequivalence // Physical Review D. – 2014. – Vol. 90. – P. 044064.J

4. Emparan R., Reall H.S. Black holes in higher dimensions // Living Review in Relativity. – 2008. – Vol. 11, №6. – P.0801.

УДК 834

СТЕПЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДЛЯ МОДЕЛИ МОДИФИЦИРОВАННОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ С МИНИМАЛЬНОЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ СВЯЗЬЮ

[1]Беремжанова Э.У., [2]Шанина З.К.

elmiraberemzhanova@gmail.com

[1]Студент 4 курса специальности 5В060400-физика ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

[2]Докторант PhD 3 курса специальности 6D060400-Физика ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

Научный руководитель – О.В. Разина

Рассмотрим действие для модели f-эссенции

$$S=\frac{1}{16\pi G}\int d^4x\sqrt{-g}[f(R)+2K(Y,\bar{\psi},\psi)], \qquad (1)$$

где $f(R)$-некоторая функция скалярной кривизны, Y - кинетический член фермионного поля ψ, $\psi=(\psi_1,\psi_2,\psi_3,\psi_4)^T$- фермионная функция и $\bar{\psi}=\psi^+\gamma^0$- сопряженная функция, а K - некоторая функция ее аргументов.

Рассмотрим модель f-эссенции при помощи метрики Фридмана-Робертсона-Уокера (ФРУ), которая является общим видом метрики однородного и изотропного пространства [1-2]

$$ds^2=-dt^2+a^2(t)(dx^2+dy^2+dz^2), \qquad (2)$$

здесь $a(t)$-масштабный фактор, x,y,z - безразмерные координаты.

Кинетический член фермионного поля ψ для метрики ФРУ имеет вид

$$Y = 0.5i(\bar{\psi}\gamma^0\dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}}\gamma^0\psi).$$

Так как действие (1) содержит функцию $f(R)$ в неявном виде, то необходимо его преобразовать с помощью метода множителей Лагранжа [3-4]

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{16\pi G}\int d^4x\sqrt{-g}[f(R) + 2K(Y,\bar{\psi},\psi)] = \\ &= \frac{1}{16\pi G}\int d^4x a^3\left[f(R) - \lambda\left[R - 6\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2}\right)\right] + 2K(Y,\bar{\psi},\psi)\right] = \\ &= \frac{1}{16\pi G}\int d^4x\left[f(R)a^3 - \lambda(Ra^3 - 6\ddot{a}a^2 - 6\dot{a}^2a) + 2a^3K(Y,\bar{\psi},\psi)\right], \end{aligned} \tag{3}$$

где λ - множитель Лагранжа.

Из выражения (3) лагранжиан запишется так

$$L = f(R)a^3 - \lambda(Ra^3 - 6\ddot{a}a^2 - 6\dot{a}^2a) + 2a^3K(Y,\bar{\psi},\psi). \tag{4}$$

Для упрощения лагранжиана (4) и поиска значения множителя Лагранжа λ воспользуемся формулой Эйлера-Лагранжа

$$L_R - (L_{\dot{R}})_t = 0. \tag{5}$$

$$L_R = f_R a^3 - \lambda a^3,$$

$$L_{\dot{R}} = 0.$$

Подставим получившиеся производные в (5) и найдем λ

$$f_R a^3 - \lambda a^3 = 0,$$
$$\lambda = f_R.$$

Подставим получившееся значение λ в (4)

$$L = fa^3 - f_R Ra^3 + 6f_R\ddot{a}a^2 + 6f_R\dot{a}^2a + 2a^3K.$$

Понизим степень производной

$$(6f_R\dot{a}a^2)_t = 6f_R\ddot{a}a^2 + 12f_R\dot{a}^2a + 6f_{RR}\dot{R}\dot{a}a^2,$$

$$\int_t^{t_0}(6f_R\dot{a}a^2)_t dt = 0.$$

Все данные вычисления приводят к записи лагранжиана (4) в виде

$$L = -6f_{RR}\dot{R}\dot{a}a^2 - f_R Ra^3 - 6f_R\dot{a}^2a + fa^3 + 2a^3K. \tag{6}$$

Рассчитаем уравнения движения используя уравнение Эйлера-Лагранжа и условие нулевой энергии

$$3H^2 = \rho, \quad (7)$$

$$2\dot{H} + 3H^2 = -p, \quad (8)$$

$$K_Y\dot{\psi} + \frac{1}{2}(3HK_Y + \dot{K}_Y)\psi - i\gamma^0 K_{\overline{\psi}} = 0, \quad (9)$$

$$\dot{\overline{\psi}}K_Y + \frac{1}{2}\overline{\psi}(3HK_Y + \dot{K}_Y) + i\gamma^0 K_{\psi} = 0, \quad (10)$$

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0, \quad (11)$$

где

$$\rho = \frac{1}{f_R}\left(-3f_{RR}\dot{R}H + \frac{1}{2}f_R R - \frac{1}{2}f + K_Y Y - K\right), \quad (12)$$

$$p = \frac{1}{f_R}\left(f_{RRR}\dot{R}^2 + f_{RR}\ddot{R} + 2f_{RR}\dot{R}H - \frac{1}{2}f_R R + \frac{1}{2}f + K\right). \quad (13)$$

Уравнения (7) и (8) называются уравнениями Фридмана, (9) и (10) - уравнения Дирака. Уравнение (11) носит название уравнения сохранения.

Рассмотрим случай, когда $f(R) = R$ и лагранжиан -эссенции имеет вид

$$K(Y, \overline{\psi}, \psi) = Y - V(\overline{\psi}, \psi),$$

где $V(\overline{\psi}, \psi)$ - потенциал фермионного поля.

Для поиска решения системы уравнений движения зададим масштабный фактор в виде степенной зависимости

$$a = a_0 t^{\alpha}, \quad (14)$$

где a_0 и α - некоторые константы. На рисунке 1 показана зависимость масштабного фактора a от времени t.

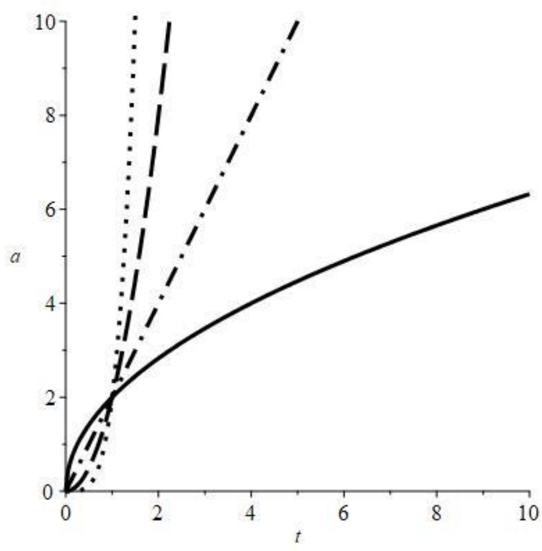

Рисунок 1. – Масштабный фактор $a(t)$, при $a_0 = 2$ и $\alpha = \frac{1}{2}, \alpha = 1, \alpha = 2, \alpha = 4$

Из рисунка 1 видно, что для ускоренного расширения Вселенной необходимо, чтобы $\alpha > 1$.

Потенциал фермионного поля

$$V = 3\alpha^2 t^{-2} + V_0, \tag{15}$$

где V_0 - константа интегрирования.

Найдем значение фермионной функции учитывая, что

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_0 \\ \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{pmatrix} \tag{16}$$

и гамма-матрица Дирака имеет вид

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \tag{17}$$

Подставим (16) и (17) в уравнение Дирака (9)

$$\begin{pmatrix} \dot\psi_0 \\ \dot\psi_1 \\ \dot\psi_2 \\ \dot\psi_3 \end{pmatrix} + \frac{3}{2}H \begin{pmatrix} \psi_0 \\ \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{pmatrix} + i \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_0 \\ \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{pmatrix} V_u = 0,$$

$$\begin{pmatrix} \dot\psi_0 \\ \dot\psi_1 \\ \dot\psi_2 \\ \dot\psi_3 \end{pmatrix} + \frac{3}{2}H \begin{pmatrix} \psi_0 \\ \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \end{pmatrix} + i \begin{pmatrix} \psi_0 \\ \psi_1 \\ -\psi_2 \\ -\psi_3 \end{pmatrix} V_u = 0. \tag{18}$$

Решение для фермионного поля будем искать в виде

$$\psi_k = A_k(t) e^{iD_k(t)},\ k = 0,1,2,3. \tag{19}$$

Уравнение (18) состоит из четырех уравнений. Для поиска фермионной функции воспользуемся уравнением для нулевой компоненты

$$\dot\psi_0 + \frac{3}{2}H\psi_0 + i\psi_0 V_u = 0. \tag{20}$$

Найдем значение ψ_0

$$\psi_0 = A_0(t) e^{iD_0(t)},$$
$$\dot\psi_0 + \frac{3}{2}H\psi_0 + i\psi_0 V_u = 0,$$
$$\dot\psi_0 = \dot A_0 e^{iD_0} + A_0 i \dot D_0 e^{iD_0}.$$

Подставим эти значения в уравнение (20)

$$\dot{A}_0+\frac{3}{2}HA_0+i\left(A_0\dot{D}_0+A_0V_u\right)=0.$$

$$A_0=\frac{A_{00}}{a^{\frac{3}{2}}t^{\frac{3\alpha}{2}}}.$$

$$D_0=-\frac{2\alpha a_0^3}{c}\frac{t^{3\alpha-1}}{3\alpha-1}+D_{00},$$

гдеA_{00} и D_{00} - константы интегрирования.

По данному алгоритму рассчитываем ψ_1, ψ_2 и ψ_3.

Решение для фермионного поля будет следующим

$$\psi_0=\frac{A_{00}}{a^{\frac{3}{2}}t^{\frac{3\alpha}{2}}}\exp\left[-i\frac{2\alpha a_0^3}{c}\frac{t^{3\alpha-1}}{3\alpha-1}+iD_{00}\right],$$
$$\psi_1=\frac{A_{10}}{a^{\frac{3}{2}}t^{\frac{3\alpha}{2}}}\exp\left[-i\frac{2\alpha a_0^3}{c}\frac{t^{3\alpha-1}}{3\alpha-1}+iD_{10}\right],$$
$$\psi_2=\frac{A_{20}}{a^{\frac{3}{2}}t^{\frac{3\alpha}{2}}}\exp\left[i\frac{2\alpha a_0^3}{c}\frac{t^{3\alpha-1}}{3\alpha-1}-iD_{20}\right],$$
$$\psi_3=\frac{A_{30}}{a^{\frac{3}{2}}t^{\frac{3\alpha}{2}}}\exp\left[i\frac{2\alpha a_0^3}{c}\frac{t^{3\alpha-1}}{3\alpha-1}-iD_{30}\right],$$

$$\overline{\psi}=(\psi_0,\ \ \psi_1,\ \ -\psi_2,\ \ -\psi_3).$$

Плотность энергии и давление примут вид

$$\rho=3\frac{\alpha^2}{t^2},$$

$$p=-3\frac{\alpha^2}{t^2}+2\frac{\alpha}{t^2}.$$

Параметры уравнения состояния, замедления, рывка

$$\omega=-1+\frac{2}{3\alpha}.\qquad q=-1+\frac{1}{\alpha}.\qquad j=1-\frac{3}{\alpha}+\frac{2}{\alpha^2}.$$

В данном примере мы рассмотрели модель при $f(R)=R$ и масштабным фактором в виде степенной функции $a=a_0t^{\alpha}$. Нашли функцию фермионного поля ψ и $\overline{\psi}$, восстановили потенциал фермионного поля, нашли плотность энергии ρ и давление p. Рассчитали набор кинематических параметров ω, q, j. Построили соответствующие графики. Полученные результаты согласуются с наблюдательными данными.

Так же мы исследовали случай, когда f(R)=R^2/6. Сравнивая две модели можно сделать вывод, что вид f(R) функции оказывает влияние на вид фермионного потенциала и фермионной функции. Так как мы выбрали одинаковый масштабный фактор для обоих моделей значения плотности энергии и давления получились одинаковыми. Получившиеся решения подтверждают, что фермионное поле может быть ответственно за ускоренное расширение Вселенной в современную эпоху.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Республики Казахстан, грант № 0118RK00935 и грант AP08051910.

Список использованных источников

1. Кувшинова Е.В., Сандакова О.В. Космология с расширением и вращением. Под науч. ред. Панова В.Ф.; Перм. гос. нац. исслед.ун-т. -2019. -129с.
2 .Болотин Ю.Л., Ерохин Д.А., Лемец О.А. Расширяющаяся Вселенная: замедление или ускорение? // Успехи физических наук. -2012. -Том 182 №9.
3. Бронников К.А, Рубин С.Г. Лекции по гравитации и космологии. Учебное пособие. М.:МИФИ. -2008. -460 с.
4. Ландау Л.Д. Лифшиц Е.М. Теория поля // Серия: «Теоретическая физика» том II. -М., 1998. -504с.

ӘОЖ 29.05.41

ЕКІ СКАЛЯРЛЫҚ ӨРІСІ БАР ТЕЛЕПАРАЛЛЕЛЬ ГРАВИТАЦИЯДАҒЫ КОСМОЛОГИЯЛЫҚ МОДЕЛЬДЕР

[1]Ермұрат Бұлбұл, [2]Бекова Гүлдана Танбайкызы
bulbul_02@mail.ru, bekovaguldana@gmail.com
[1]Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, физика-техникалық факультетінің магистранты, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
[2]Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ,Еуразия халықаралық теориялық физика орталығының ғылыми қызметкері, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – Н.А.Мырзакулов

Әдеттегі материя Әлемдегі бақыланатын кисықтарын түсіндіре алмайтыны белгілі.Сондықтан бізге материяның басқа түрі қажет болады. Бұл әлі күнге дейін шешілмей келе жатқан мәселе [1], және оны қара материя деп аталатын материямен ғана гравитациялыөзара әрекеттесетінбіртүрліматерияөрісібардегенболжамтүсіндіреалады[2]. Линзалаудың гравитациялық әсері туралы соңғы деректер күңгірт материяның бар екендігін растайды [3,4].

Жақында астрономиялық бақылаулардан соңғы кезде Әлем үдетіліп кеңейетінін байқады [5,6]. Бірақ стандартты космология бұл бақыланған құбылысты түсіндіре алмайды. Соңғы уақыттакүңгірт энергия деп аталатын Әлемнің үдемелі кеңеюін тудыратын теріс қысымды экзотикалық компонент бар деген ойкөп айтылған. Бұл әдетте скалярлық өрісте сипатталады және қазіргі уақытта Әлемнің энергия өрісінің көп бөлігінқұрайды.

Бұл мақалада екі канондық скаляр өрісімен телепараллел гравитациясы арасындағы минималды емес әсерлескен жалпы моделі зерттеледі. Фридманның екі қозғалыс теңдеуі және екі скаляр өріс үшін қозғалыс теңдеулері қорытылып шығарылды. Сондай-ақ, Нетер теоремасы арқылы қолданылып Лагранжиандағы барлық белгісіз шамалардың түрлері алынды. Нетер теоремасындағы симметриялық шартын қанағаттандыратын потенциалдар мен байланыстардың әр жинағына белгілі бір модель сәйкес келеді. Симметриядан туындайтын кейбір жеке модельдер үшін өріс теңдеулері шешіледі және олар сәйкес келетін ғарыштық сценарийлер арқылы талданылады.