

2. Li-Yuan Ma, Zuo-Nong Zhu. Nonlocal nonlinear Schrodinger equation and its discrete version: Soliton solutions and gauge equivalence// Journal of Mathematical Physics. – 2016. – Vol.57. – P.083507; doi: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4960818>
3. M.J. Ablowitz and Z.H. Musslimani, Phys. Rev. Lett. Inverse scattering transform for the nonlocal reverse space–time nonlinear Schrodinger equation.
4. Myrzakul Sh.R., Gudekli E., Syzdyk A.M., Yesmakhanova K.R. The nonlocal nonlinear Schrodinger and Maxwell – Bloch equation
5. Звездин А. К., Звездин К. А., Хвальковский А. В. Обобщенное уравнение Ландау–Лифшица и процессы переноса спинового момента в магнитных наноструктурах
6. Sagidullayeva Zh.M. On the gauge equivalence of the two-layer M-XCIX equation and the two-component Schrodinger-Maxwell-Bloch equation.
7. Gadzhimuradov T. A., Agalarov A. M. Gauge equivalence of nonlocal NLSE and PTsymmetric Heisenberg ferromagnetic equation.
8. Липовский В.Д., Широков А.В. Пример калибровочной эквивалентности многомерных интегрируемых уравнений // Функциональный анализ и его приложения –1989. –Т.23. №3. –С. 65–66.
9. Захаров В. Е., Манаков С. В. ТМФ, 19, 3,1974.

УДК 834

КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЙНШТЕЙНА-ЯНГА-МИЛЛСА С k-ЭССЕНЦИЕЙ

¹Нуржау Н.Б., ²Кутум Б.Б.

nurziya.nurzhau@mail.ru

¹Студент 4 курса специальности 5В060400-физика, ²докторант PhD 3 курса специальности 6D060400-физика, кафедра общей и теоретической физики,
ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
Научный руководитель – О.В. Разина

В нашей модели действие имеет вид

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} [R - F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} + 2K(X, \Phi)], \quad (1)$$

где g - метрический тензор, R - скалярная кривизна, $F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a}$ - член Янга-Миллса, $F_{\mu\nu}^a$ - обычный тензор напряженности поля Янга-Миллса, K - лагранжиан k -эссенции [1-3].

В качестве метрики пространства-времени выберем метрику Фридмана-Робертсона-Уокера (ФРУ)

$$ds = -dt + a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (2)$$

Следующим этапом является нахождение члена Янга-Миллса для метрики ФРУ (2)

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + \varepsilon^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (3)$$

где под ∂_μ понимается ковариантная производная, A_μ^a - потенциал калибровочной группы SU(2) поля Янга-Миллса. Выберем анзац решения для тензора потенциала в виде

$$A_\mu^a = (0, A_1^1(t), A_2^2(t), A_3^3(t)). \quad (4)$$

ε -символ Леви-Чивитта. Ненулевые компоненты ε^{abc} имеют вид

$$\begin{cases} \varepsilon^{123} = \varepsilon^{231} = \varepsilon^{312} = 1, \\ \varepsilon^{132} = \varepsilon^{213} = \varepsilon^{321} = -1. \end{cases}$$

После проведения расчетов осталось 12 ненулевых компонент

$$\begin{aligned} F_{01}^1 &= -F_{10}^1 = \partial_0 A_1^1 = \dot{A}_1^1, \\ F_{23}^1 &= -F_{32}^1 = A_2^2 A_3^3, \\ F_{02}^2 &= -F_{20}^2 = \partial_0 A_2^2 = \dot{A}_2^2, \\ F_{13}^2 &= -F_{31}^2 = A_1^1 A_3^3, \\ F_{03}^3 &= -F_{30}^3 = \partial_0 A_3^3 = \dot{A}_3^3, \\ F_{12}^3 &= -F_{21}^3 = A_1^1 A_2^2. \end{aligned}$$

Рассчитывая произведения отдельных компонент с помощью формулы

$$F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} = F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a g^{\mu\mu} g^{\nu\nu},$$

находим член Янга-Миллса

$$F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} = 2a^{-2} [(A_1^1 A_2^2)^2 a^{-2} + (A_1^1 A_3^3)^2 a^{-2} + (A_2^2 A_3^3)^2 a^{-2} - (\dot{A}_1^1)^2 - (\dot{A}_2^2)^2 - (\dot{A}_3^3)^2]. \quad (5)$$

В результате получим следующий лагранжиан

$$L = -6a\dot{a}^2 + 2a[(\dot{A}_2^2)^2 + (\dot{A}_3^3)^2] - \frac{2}{a} [(A_1^1 A_2^2)^2 + (A_1^1 A_3^3)^2 + (A_2^2 A_3^3)^2] + 2a^3 K \quad (6)$$

Система уравнений движения для лагранжиана (6)

$$3H^2 = \rho, \quad (7)$$

$$3H^2 + 2\dot{H} = -p, \quad (8)$$

$$K_X \ddot{\phi} + 3\frac{\dot{a}}{a} K_X \dot{\phi} + \dot{K}_X \phi - K_\phi = 0, \quad (9)$$

$$\ddot{A}_1^1 + \frac{\dot{a}}{a} \dot{A}_1^1 + a^{-2} A_1^1 ((A_2^2)^2 + (A_3^3)^2) = 0, \quad (10)$$

$$\ddot{A}_2^2 + \frac{\dot{a}}{a} \dot{A}_2^2 + a^{-2} A_2^2 ((A_1^1)^2 + (A_3^3)^2) = 0, \quad (11)$$

$$\ddot{A}_3^3 + \frac{\dot{a}}{a} \dot{A}_3^3 + a^{-2} A_3^3 ((A_1^1)^2 + (A_2^2)^2) = 0, \quad (12)$$

где $H = \frac{\dot{a}}{a}$ - параметр Хаббла,

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{a^4} ((A_1^1 A_2^2)^2 + (A_1^1 A_3^3)^2 + (A_2^2 A_3^3)^2) + \frac{1}{a^2} (\dot{A}_1^1^2 + \dot{A}_2^2^2 + \dot{A}_3^3^2) - K, \\ p &= \frac{1}{3a^4} ((A_1^1 A_2^2)^2 + (A_1^1 A_3^3)^2 + (A_2^2 A_3^3)^2) + \frac{1}{3a^2} (\dot{A}_1^1^2 + \dot{A}_2^2^2 + \dot{A}_3^3^2) + K. \end{aligned}$$

(7) и (8) -уравнения Фридмана рассматриваемой модели, уравнение (9) является уравнением Клейна-Гордона рассматриваемой модели, уравнения (10)-(12) - уравнения Янга-Миллса.

Выберем лагранжиан -эссенции в следующем виде

$$K = X - V(\varphi), \quad (13)$$

и потенциал Янга-Миллса в виде

$$A_1^1 = A_2^2 = A_3^3 = \varphi(t). \quad (14)$$

С учетом (13) и (14) система уравнений движения будет иметь вид

$$3H^2 = \rho, \quad (15)$$

$$3H^2 + 2\dot{H} = -p, \quad (16)$$

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + V_\varphi = 0, \quad (17)$$

$$\ddot{\varphi} + H\dot{\varphi} + 2\frac{\varphi^3}{a^2} = 0. \quad (18)$$

где

$$\rho = \frac{3\varphi^4}{a^4} + \frac{3\dot{\varphi}^2}{a^2} + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V \quad (19)$$

$$p = \frac{\varphi^4}{a^4} + \frac{\dot{\varphi}^2}{a^2} + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V \quad (20)$$

Рассмотрим масштабный фактор в виде степенной функции

$$a = a_0 t^\alpha. \quad (21)$$

Поиск решений системы уравнений движения (15)-(20) является трудной задачей, поэтому будем искать решения в режиме медленного скатывания. В начальный период инфляции $\ddot{\varphi} \ll H\dot{\varphi}$. Тогда

$$H\dot{\varphi} + 2\frac{\varphi^3}{a^2} = 0 \quad (22)$$

Зная масштабный фактор (21), из уравнения (22) найдем функцию скалярного поля

$$\varphi = \frac{a_0 \sqrt{(2(\alpha-1)\alpha a_0^2 - 2t^{2-2\alpha})(\alpha-1)\alpha}}{2t^{2-2\alpha} + 2\alpha a_0^2 - 2\alpha^2 a_0^2}, \quad (23)$$

где φ_0 - константа интегрирования.

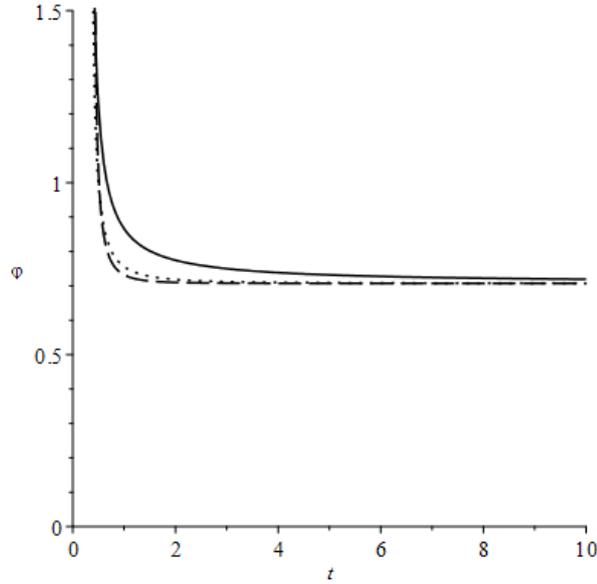


Рисунок 1. – Функция скалярного поля ϕ в зависимости от t

На рисунке 1 изображен график функции скалярного поля в зависимости от t , где сплошная линия для константы $\alpha = 1.5$, точечная линия для константы $\alpha = 2$, пунктирная для константы $\alpha = 3$.

Подставляя значения масштабного фактора (21) и функции скалярного поля (23) в уравнение Клейна-Гордона (17), найдем значение потенциала скалярного поля

$$V = \frac{3}{2} \alpha^2 a_0^2 (\alpha - 1)^3 \int \frac{t^{1-4\alpha}}{(t^{2-2\alpha} + \alpha a_0^2 - \alpha^2 a_0^2)^3} dt + V_{10},$$

где V_{10} - константа интегрирования.

Давление и плотность темной энергии соответственно имеют вид

$$p = \frac{1}{4} \frac{(\alpha - 1)^2 \alpha^2 t^{-4\alpha}}{((\alpha - 1) \alpha a_0^2 - t^{2-2\alpha})^2} + \frac{1}{4} \frac{\alpha (\alpha - 1)^3 (a_0^2 t^{2-4\alpha} + 2t^{2-6\alpha})}{((\alpha - 1) \alpha a_0^2 - t^{2-2\alpha})^3} - \frac{3}{2} \alpha^2 a_0^2 (\alpha - 1)^3 \int \frac{t^{1-4\alpha}}{(t^{2-2\alpha} + \alpha a_0^2 - \alpha^2 a_0^2)^3} dt - V_{10},$$

$$\rho = \frac{3}{4} \frac{(\alpha - 1)^2 \alpha^2 t^{-4\alpha}}{((\alpha - 1) \alpha a_0^2 - t^{2-2\alpha})^2} + \frac{1}{4} \frac{\alpha (\alpha - 1)^3 (a_0^2 t^{2-4\alpha} + 6t^{2-6\alpha})}{((\alpha - 1) \alpha a_0^2 - t^{2-2\alpha})^3} + \frac{3}{2} \alpha^2 a_0^2 (\alpha - 1)^3 \int \frac{t^{1-4\alpha}}{(t^{2-2\alpha} + \alpha a_0^2 - \alpha^2 a_0^2)^3} dt + V_{10}.$$

Вычислим теперь параметр уравнения состояния

$$\begin{aligned} 3H^2 + 2\dot{H} &= -p = 2\alpha(\alpha - 1)t^{-2} + \alpha^2 t^{-2}, \\ 3H^2 &= \rho = 3\alpha^2 t^{-2}, \\ \omega &= \frac{-2\alpha(\alpha - 1)t^{-2} - \alpha^2 t^{-2}}{3\alpha^2 t^{-2}} = -1 + \frac{2}{3\alpha}. \end{aligned}$$

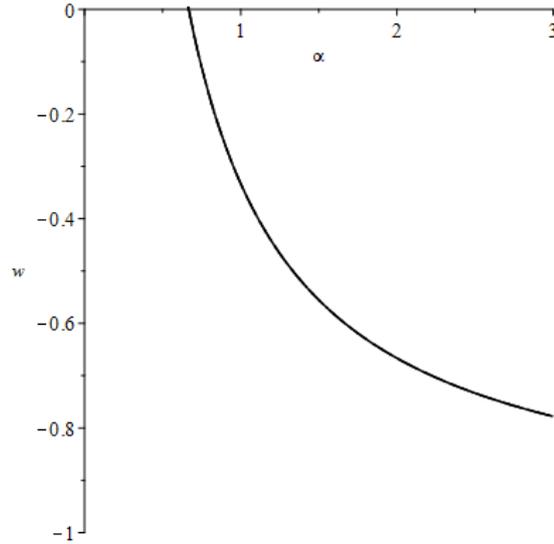


Рисунок 2. – Параметр уравнения состояния ω в зависимости от t

График параметра уравнения состояния 2 соответствует Λ CDM модели, в которой параметр уравнения состояния стремится к -1 .

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{2\dot{\varphi}^2} \left(\frac{\ddot{\varphi}}{\dot{\varphi}} \right)^2, \quad (24)$$

$$\eta(t) = \frac{\ddot{\varphi}}{\dot{\varphi}^2} - \frac{\dot{\varphi}\ddot{\varphi}}{\varphi^3}. \quad (25)$$

Найдем наклон потенциала $\varepsilon(t)$ и кривизну $\eta(t)$, используя формулы (24) – (25)

$$\begin{aligned} \varepsilon = & - \frac{\left(\alpha^2 a_0^2 (\alpha-1)^2 t^{6\alpha+2} - \alpha a_0^2 (\alpha-1) t^{4\alpha+4} + \frac{1}{3} t^{2\alpha+6} + \left(-\frac{1}{3} \alpha^6 a_0^6 + \alpha^5 a_0^6 - \alpha^4 a_0^6 + \frac{1}{3} \alpha^3 a_0^6 \right) t^{8\alpha} \right)}{\left(\frac{3}{2} \alpha^2 a_0^2 (\alpha-1)^3 \int \frac{t^{1-4\alpha}}{(t^{2-2\alpha} + \alpha a_0^2 - \alpha^2 a_0^2)^3} dt + V_{10} \right)^2} \times \\ & \times \frac{3 \alpha^3 a_0^2 (\alpha-1)^3}{(t^2 - \alpha a_0^2 (\alpha-1) t^{2\alpha})^6}, \\ \eta = & - \frac{1}{(t^2 - \alpha a_0^2 t^{2\alpha} (\alpha-1))^3} \left(9 \left(2 \alpha^3 a_0^6 t^{6\alpha-2} \left(\alpha - \frac{1}{3} \right) (\alpha-1)^3 + 4 \alpha a_0^2 t^{2\alpha+2} (\alpha-1) - \right. \right. \\ & \left. \left. - 3 \alpha^2 a_0^4 t^{4\alpha} \left(\alpha + \frac{1}{3} \right) (\alpha-1)^2 + t^4 \left(\alpha - \frac{7}{3} \right) \right) \alpha \right). \end{aligned}$$

Условие необходимости возникновения инфляции имеет следующий вид

$$\begin{aligned} \varepsilon(\varphi) & \ll 1, \\ \eta(\varphi) & \ll 1. \end{aligned}$$

Зная параметры медленного скатывания, найдем спектральный индекс возмущений кривизны n_s и скалярно-тензорное отношение r для канонического медленно скатывающегося скалярного поля

$$n_s = 1 - 6\varepsilon + 2\eta, \quad (26)$$

$$r = 16\varepsilon. \quad (27)$$

$$\begin{aligned}
n_s &= 1 - \frac{2}{(t^2 - \alpha a_0^2 t^{2\alpha} (\alpha - 1))^3} \left(9 \left(2\alpha^3 a_0^6 t^{6\alpha - 2} \left(\alpha - \frac{1}{3} \right) (\alpha - 1)^3 + 4\alpha a_0^2 t^{2\alpha + 2} (\alpha - 1) - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - 3\alpha^2 a_0^4 t^{4\alpha} \left(\alpha + \frac{1}{3} \right) (\alpha - 1)^2 + t^4 \left(\alpha - \frac{7}{3} \right) \right) \alpha \right) + \\
&\quad + \frac{\left(\alpha^2 a_0^2 (\alpha - 1)^2 t^{6\alpha + 2} - \alpha a_0^2 (\alpha - 1) t^{4\alpha + 4} + \frac{1}{3} t^{2\alpha + 6} + \left(-\frac{1}{3} \alpha^6 a_0^6 + \alpha^5 a_0^6 - \alpha^4 a_0^6 + \frac{1}{3} \alpha^3 a_0^6 \right) t^{8\alpha} \right)}{\left(\frac{3}{2} \alpha^2 a_0^2 (\alpha - 1)^3 \int \frac{t^{1-4\alpha}}{(t^{2-2\alpha} + \alpha a_0^2 - \alpha^2 a_0^2)^3} dt + V_{10} \right)^2} \times \\
&\quad \times \frac{18 \alpha^3 a_0^2 (\alpha - 1)^3}{(t^2 - \alpha a_0^2 (\alpha - 1) t^{2\alpha})^6}, \\
r &= - \frac{\left(\alpha^2 a_0^2 (\alpha - 1)^2 t^{6\alpha + 2} - \alpha a_0^2 (\alpha - 1) t^{4\alpha + 4} + \frac{1}{3} t^{2\alpha + 6} + \left(-\frac{1}{3} \alpha^6 a_0^6 + \alpha^5 a_0^6 - \alpha^4 a_0^6 + \frac{1}{3} \alpha^3 a_0^6 \right) t^{8\alpha} \right)}{\left(\frac{3}{2} \alpha^2 a_0^2 (\alpha - 1)^3 \int \frac{t^{1-4\alpha}}{(t^{2-2\alpha} + \alpha a_0^2 - \alpha^2 a_0^2)^3} dt + V_{10} \right)^2} \times \\
&\quad \times \frac{48 \alpha^3 a_0^2 (\alpha - 1)^3}{(t^2 - \alpha a_0^2 (\alpha - 1) t^{2\alpha})^6}.
\end{aligned}$$

Мы исследовали модель гравитационной теории с полем Эйнштейна-Янга-Миллса с -эссенцией. Для рассматриваемой модели нашли уравнения движения, решения для масштабного фактора. Построили скалярный потенциал, зная давление и плотность темной энергии, нашли параметр уравнения состояния, значение которой соответствует ускоренному расширению Вселенной. А также изучили параметры медленного скатывания. Для этой модели параметры медленного скатывания удовлетворяют условию необходимости возникновения инфляции. Полученные решения подтверждают реалистичность исследуемой модели гравитации Эйнштейна – Янга – Миллса с k-эссенцией и подтверждают, что скалярное поле может претендовать на одного из кандидатов на роль темной энергии.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Республики Казахстан, грант № 0118RK00935 и грант AP08051910.

Список использованных источников

1. Блинников С. И., Долгов А. Д. Космологическое ускорение // Успехи физических наук. - 2019. - Vol. 189,6 - С. 561-602
2. Болотин Ю. Л., Ерохин Д. А., Лемец О. А. Расширяющаяся Вселенная: замедление или ускорение? // Успехи физических наук. - 2012. - Т. 18, №9 - С. 941-986
3. Razina O, Tsyba P, Meirbekov B, Myrzakulov R. Cosmological Einstein–Maxwell model with g-essence // International Journal of Modern Physics D. – 2019. - Vol.28, N10. – P. 1950126.

ӘОЖ 530.182

КЕЙБІР ИНТЕГРАЛДАН АТЫН ЛАНДАУ-ЛИФШИЦ ТӘРІЗДІ МОДЕЛЬДЕРДІҢ ЛАКС ЖҰПТАРЫ

Г. М. Оразбаева

gm.ozarbaeva@gmail.com

7М05304-физика мамандығының 1 курс магистранты, жалпы және теориялық физика кафедрасы, Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

Ғылыми жетекші - Н. С. Серикбаев

Соңғы жылдары көп құрылымды, оның ішінде (2+1) және (3+1)-өлшемді сызықты емес эволюциялық тендеулер қарқынды зерттелуде. Шашыраудың кері есеп әдісі - сызықты емес тендеулердің солитонды дербес шешімдердің болуы [1]. Осы әдіспен дербес туынды арқылы сипатталған сызықты емес тендеулер қатарының нақты аналитикалық шешімі алынды.