

УДК 519.217

## ПРИМЕНЕНИЕ МАРКОВСКОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА В СМО

Алимбаева Махзура Маратовна

[magzura@mail.ru](mailto:magzura@mail.ru)

Магистрант 1 курса Механико-математического факультета

ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

Научный руководитель: к.т.н., доцент Сергибаев Р.А.

Процесс работы системы массового обслуживания СМО представляет собой случайный процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем. Это означает, что состояние СМО меняется скачком в случайные моменты появления каких-то событий (например, прихода новой заявки, окончания обслуживания и т.п.).

Математический анализ работы СМО существенно упрощается, если процесс этой работы — марковский. Случайный процесс называется марковским или случайным процессом без последствия, если для любого момента времени  $t_0$  вероятностные характеристики процесса в будущем зависят только от его состояния в данный момент  $t_0$  и не зависят от того, когда и как система пришла в это состояние.

Системы массового обслуживания это - процессы возникающие при исследовании операций, предназначенными для многократного использования при решении однотипных задач. Примерами таких систем являются телефонные системы, ремонтные мастерские, вычислительные комплексы, билетные кассы, магазины, парикмахерские и т.п. По числу каналов СМО подразделяют на одноканальные и многоканальные. Заявки поступают в СМО обычно не регулярно, а случайно, образуя так называемый случайный поток заявок (требований).

СМО делят на два основных типа (класса): СМО с отказами и СМО с ожиданием (очередью). В СМО с отказами заявка, поступившая в момент, когда все каналы заняты, получает отказ, покидает СМО и в дальнейшем процессе обслуживания не участвует (например, заявка на телефонный разговор в момент, когда все каналы заняты, получает отказ и покидает СМО необслуженной). В СМО с ожиданием заявка, пришедшая в момент, когда все каналы заняты, не уходит, а становится в очередь на обслуживание. СМО с ожиданием подразделяются на разные виды в зависимости от того, как организована очередь: с ограниченной или неограниченной длиной очереди, с ограниченным временем ожидания и т.п.

Рассмотрим следующий пример. Пусть объектом СМО рассматривается функционирование некоторой сервисной компании, оказывающей услуги населению.

Поток посетителей за услугой имеет интенсивность ( $\lambda$ ) 18 клиентов в час. В среднем один оператор затрачивает на одного клиента 20 минут. Каждый клиент приносит в среднем доход 25.000 тг. Найти оптимальное число каналов обслуживания, если заработная плата ( $Z$ ) одного оператора составляет 40.000 тг. в месяц. За приемлемое время ожидания примем 10 человек ( $m$ ), т.е. в СМО имеются 10 каналов обслуживания.

Рассчитаем также доходность сервисной компании. Все характеристики СМО будем считать в час (ед.изм.)  $\lambda = 18$  в час. Интенсивность обслуживания  $\mu = \frac{1}{t} = \frac{1}{ZK}$  в час. Зарплата оператора в час  $T40.000$  (22 дней по 8 часов ) будет составлять 227 тг. в час.

Необходимо найти приведенную интенсивность потока заявок либо коэффициент загрузки, который вычисляется по формуле (1)

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{18}{zk}, \quad (1)$$

где

$\lambda$  -интенсивность потока посетителей ;

$\mu$  -интенсивность потока обслуживания;

$k=1,\dots,10$  – моделируемое имитационно число обслуживающих операторов (каналов).

$P_{\text{отказ}}$  - вероятность отказа, т.е. того, что заявка покинет СМО необслуженной, реализация выполняется по формуле (2)

$$P_{\text{отказ}} = \frac{\rho^{k+m}}{k^m k!} p_0, \quad m=10 \quad (2)$$

Найдем  $p_0$  - предельные вероятности состояний, которые определяются по формуле (4)

$$p_0 = \left( \sum_{i=0}^k \frac{\rho^i}{i!} + \frac{\rho^{k+1}}{k!} \left( \frac{\rho}{k} \right)^m - 1 \right)^{-1} \quad (4)$$

Для того , чтобы узнать обслуживание какого из каналов приносит больше дохода , определим доходность каждого канала, вычислив по формуле (5)

$$D = AC - ZK \quad (5)$$

где

Q- относительная пропускная способность,

A- абсолютная пропускная способность, которые определяются по формулам

$$Q = 1 - p_{\text{отказ}},$$

$$A = \lambda Q$$

Расчеты проводились с помощью программы написанной в среде Matlab. Результаты моделирования приведены в следующей таблице 1

Таблица 1 Значение характеристик СМО

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\rho$	6	3	2	1,5	1,2	1	0,85714	0,75	0,666667	0,6
Q	0,9819	0,9457	0,8915	0,8373	0,8048	0,80480	0,8326	0,8745	0,9163	0,9498

A	17,674	17,024	16,048	15,072	14,486	14,486	14,988	15,741	16,494	17,096
D	401866,9	345600,7	281201,4	216802,1	162162,6	122162,6	94710,82	73533,1	52355,41	52355,41

По результатам вычисления, можно заметить, что наиболее оптимальным вариантом при таких условиях поставленной задачи является, когда поток клиентов обслуживал семь каналов, которые соответственно обеспечили большую доходность для сервисной компании.

### **Список использованных источников**

1. Вентцель Е. С. Исследование операций.— М.: Советское радио, 1972
  2. Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания.— М.: Наука, 1966
  3. Кремер Н.Ш. Исследование операций в экономике.— М.: Мир, 1972
- Лабскер Л.Г., Бабешко Л.О. - Теория массового обслуживания в экономической сфере.— М.: Наука, 1964.