ОӘЖ 515.74.18

ТҮРЛЕНДІРУ ТӘСІЛДЕРІНІҢ ЖАҢА ТҮРІ ПАЙДАЛАНЫП КӨП РЕТТІ ҚИСЫҚТАРДЫ АНЫҚТАУ

Тулебаева Аида Бауыржақызы
aidat@mail.ru
Л.Н. Гумилев ат. ЕҰУ Диз-21 тобы білім алушысы, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекші – Байдабеков А.К.

1. Кіріспе

Инженерлік графиканың позициялық есептерін, берілген шарттар бойынша орындалатын геометриялық бейнелердің нақты өлшемдер немесе осы фигуралар бейнесінің құрылысын анықтауға арналған құрылысын шешу қарастырылды. Осы және да басқа есептерді шешуге қажетті графикалық құрылымдардың саны көп жағдайда бұл есептің қиындығынан ғана емес, жобадағы кеңістік формасының проекция жазықтығына қатысты орналасуына да байланысты [1].

Осы сияқты есептерді шешудің қолайлысы берілген екі проекция нәтижесінен жаңа қосымша проекция құру болып табылады. Қосымша проекциялар жеке элементтер құлдыраған проекцияларын, болмаса осы элементтерді нақты мөлшерде алуға мүмкіндік береді. Қосымша проекциялар құру сызбаны түрлендіру болып табылады [3].

Бұл мақалада түрлендіру тәсілдерінің «Инженерлік графика» пәнінде өтетін түрлерінің дамуы және жаңа түрлендіру әдістерін қарастыруға арналған.

Түрлендіру әдістерін зертей отырып, яғни ғылыми жұмыстарды талдау нәтижесінде жазықтықты квадратты түрлендіру толық зерттелген және ғылым мен техникада қолданысқа ие болғанын анықтадық. Сонымен қатар төрт-төртмәнді сәйкестіктері мен биквадратты түрлендіру теориялары аз зерттелген байқадық. Содықтан бұл мақалада биквадратты түрлендірудің теориялық негіздерінің қалыптасуы және осы мақсатта алғашқы рет биквадратты түрлендіру әдісімен көп ретті қисық сызықтарды анықтау арқылы түрлендіру заңдылығы зерттелді [2].

2. Жазықтық түрлендіру тәсілінің теориялық негізі

Бұл тарауда екі беттескен жазықтықтар арасындағы төрт-төртмәнді сәйкестіктер теориясының және биквадратты түрлендіру теориясының дамуын арналған.

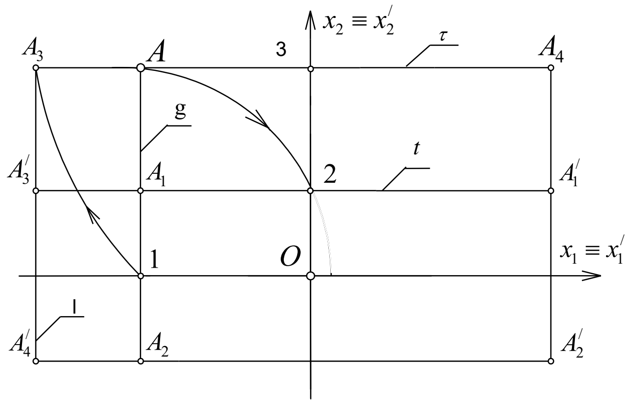
Содықтан алдымен L_8 түрлендірудің графикалық үлгісінің тұрғызылуын қарастырамыз [4]. Ол үшін L_8 түрлендірудің теңдеуін жазамыз:

$$L_8 : \begin{cases} x_1' = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \\ x_2' = \sqrt{x_2^2 - x_1^2} \end{cases} . \qquad (1)$$

Квадратты түрлендірудің графикалық үлгісін [ ]:

$$T_2^0 \quad \begin{matrix} x_1' = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \\ x_2' = x_2 \end{matrix} , \qquad T_2 \quad \begin{matrix} x_1^{/} = x_1; \\ x_2' = \sqrt{x_2^2 - x_1^2} \end{matrix} .$$

T_2^0 және T_2 квадратты түрлендірудің графикалық үлгілерін бір сызбаға топтастырып, L_8 биквадратты түрлендірудің графикалық үлгісін анықтаймыз (1-сурет).



Сурет 1 – L_8 графикалық үлгісі

Осы 1-сурете L_8 биквадратты түрлендірудің графикалық жүзеге асырылуы жолы көрсетілген. Берілген *A* нүктесінен OX_1 осімен *1* нүктесінде қиылысатын g вертикаль түзу жүргіземіз. Сонымен қатар *A* нүктесінен OX_2 осімен *3* нүктесінде қиылысатын, OX_1 осіне параллель τ түзу жүргіземіз. *A* нүктесінен центрі *1* нүктесінде болатын шеңбер доғасын OX_2 осімен *2* нүктесінде қиылысқанға дейін жүргіземіз. OX_1 осіне параллель *2* нүктесінен t түзуін жүргіземіз. *1* нүктесінен центрі *3* нүктесінде болатын шеңбер доғасын τ түзуімен A_3 нүктесінде қиылысқанға дейін жүргіземіз. A_3 нүктесінен *t* түзуімен $A_3^{/}$ нүктесінде қиылысатын *l* вертикаль түзуін жүргіземіз. OX_2 осіне қатысты $A_1^{/}$ нүктесі $A_3^{/}$ нүктесіне симметриялы, OX_1 осіне қатысты $A_4^{/}$ нүктесі $A_3^{/}$ нүктесіне симметриялы, координата жүйесінің басына қатысты $A_2^{/}$ нүктесі $A_3^{/}$ нүктесіне симметриялы болады.

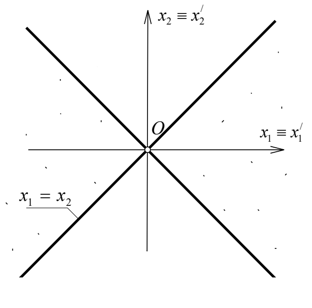
Енді L_8 түрлендірудің орналасу жағдайын анықтау үшін оның теңдеуін мына түрде жазамыз:

$$L_8 : \begin{cases} x_1' = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \\ x_2' = \sqrt{x_2^2 - x_1^2} \end{cases}$$

Бұл теңдеу жүйесінің шешімі, түбір астындағы өрнек нөлден төмен болмаса, орындалады яғни:

$$\left.\begin{aligned} (x_1^2 + x_2^2) \geq 0 \\ (x_2^2 - x_1^2) \geq 0 \end{aligned}\right\}$$

Бұл өрнекке сәйкес, қарастырылып отырған L_8 биквадратты түрлендірудің орналасу жағдайын анықтайтын, яғни осы аймақта төрт және сегіз ретті қисық сызықтарды анықтайтын графикалық аймақты тұрғызамыз (2 сурет).



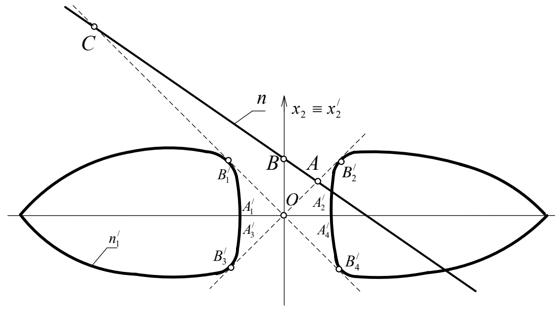
Сурет 2 – L_8 қисықтардықтардың орналасу аймағы

3. Төрт және сегіз ретті қисықтардың пайда болуын анықтау

Жазықтықты биквадратты түрлендіруін қолдана отырып, көп ретті қисықтарды анықтау теориясын дамытуға үлес қосамыз. Мақалада жазықтықты биквадратты түрлендіру аппаратын қолданып, төрт және сегіз ретті қисықтарды табу әдісі зертейміз. Бұл түрлендіру әдісімен көп ретті қисықты алудың басқа әдістерінен ерекшелігі – қисық прообразбен және жазықтықты биквадратты түрлендіруінен табылады.

3.1 L_8 түрлендіруін қолданумен қисық сызықтары моделдеу

Төменде L_8 биквадратты түрлендірудің көмегімен алынған қисықты қарастырамыз, бұнда егер n түзу сызық түп бейне жалпы жағдайда болса және OX_1 осіне көлбеу бұрыш α = 40° құраса, онда 3-суретімен сәйкес $n^{/}$ жаңа төртінші реттік қисық сызық аламыз.



Сурет 3 – Төртінші реттік қисық - $n_{8,6}$

3.2 Түрлендіру тәсілін қолданумен сегіз ретті қисық сызықты анықтау

Түрлендіруді қолданумен сегіз ретті қисық сызықты алу түрлі жағдайлары қарастырылады, мұнда шеңбер түп бейнесі декарт координата жүйесіне қатысты әр түрлі жағдайлары бар.

Зертеу арқылы сегіз ретті қисық сызықтың маңыздылығы келесіде болды:

- m шеңбер түп бейнесі берілген;

- түрлендірудің графикалық үлгісін қолданып, әр m түп бейне нүктесін $m^{/}$ қисық сызығы төрт нүкте бейнесіне түрленеді, нәтижесінде қажетті сегіз ретті қисық сызық бейесін аламыз.

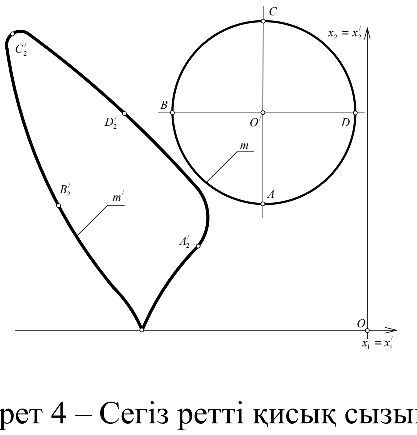
- $m^{/}$ бейне теңдеуін анықтаймыз. Алынған қисық реті мынаған тең

$m = 4a,$

мұнда - a – қисық түп бейненің реті;

-4 – түрлендірудің реті.

Егер m түп бейнесі $0X_2$ осіне жақын орналасса және түп бейне центрден $0X_2$ осіне дейін арақашықтығы $4r$ тең болса, онда 4-суретімен сәйкес төртінші ретті екі қисыққа бөлінетін, $m^{/}$ сегізінші ретті қисықты аламыз.



Сурет 4 – Сегіз ретті қисық сызық

Енді сегіз ретті қисықтың теңдеуін анықтау, үшін *m* түп бейненің теңдеуін мына түрде береміз:

$$(x_1 + a)^2 + (x_2 + b)^2 = r^2. \tag{2}$$

Сонымен $L_8^{/}$ түрлендірудің теңдеуін жазамыз:

$$\begin{cases} x_1 = \sqrt{\dfrac{x_1'^2 - x_2'^2}{2}} \\ x_2 = \sqrt{\dfrac{x_1'^2 + x_2'^2}{2}} \end{cases} \tag{3}$$

Егер x_1 және x_2 белгілерін (2) теңдеуіне қойсақ, онда қажетті (іздестірілген) сегізі ретті қисық сызықтың теңдеуін аламыз

$$(\sqrt{\frac{x_1^{/2} - x_2^{/2}}{2}} + a)^2 + (\sqrt{\frac{x_1^{/2} + x_2^{/2}}{2}} + b)^2 = r^2, \tag{4}$$

мұнда: *a, b, r* – шеңбер параметрлері.

Қорытынды

Бұл мақаланың басты нәтижесі биквадратты түрлендіруді қолданумен төрт және сегіз ретті қисық сызықты алу әдістерін зертеу болып табылады. Бұл түрлендірудің графикалық үлгілері сызба геометрияда сызбаны түрлендірудің жаңа графикалық әдістерін қалыптастырудың негізін құрайды, яғни олар инженерлік графикада жаңа бағытты ашады. Түрлендіруді қолданумен қисықты үлгілеу әдістерінің өңделуі қисықтың басқа тапсырмаларынан ерекшеленеді, себебі қисық түп бейнемен және жазықтықтың биквадратты түрлендіруімен берілген. Алынған қисықтың қасиеті биквадратты түрлендірудің аппараты мен түп бейне параметрлеріне байланысты. Жазықтықтың каноникалық түрлендірудің графикалық үлгісін қолданумен жаңа төрт және сегіз ретті қисық сызықтардың түрлері алынды, яғни бұл сызба геометрияда әр түрлі беттердің пішімдері құрасытыруда қолдануға және жаңа әдіс ретінде ұсынуға болады.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. З.А. Скопец, Б.А. Розенфельд. Квадратичные кремоновые преобразования на плоскости и комплексные числа. –М.: ДАН, 1952. №83, стр. 801-804.
2. А.А. Савелов. Плоские кривые. –М.: физматизд. 1961. -294 с
3. Б.Н. Нурмаханов, А.К. Байдабеков, М.М. Маханов, … Развитие теории геометрических преобразований и их применения. –Тараз. ТарГУ. 1999. -136 стр.
4. А.К. Байдабеков. Развитие теории многозначных соответствий и их применения. –М.: Спутник. 2005. -94 стр.